

Министерство образования Республики Беларусь
БЕЛОРУССКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Кафедра «Электротехника и электроника»

Применение MathCAD в решении задач электротехники

Часть 2

ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ.
НЕЛИНЕЙНЫЕ ЦЕПИ.
ТЕОРИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ

Учебно-методическое пособие
для студентов электротехнических специальностей

Электронный учебный материал

М и н с к 2 0 1 3

УДК 621.38 (075.8)
ББК 32.85я7

А в т о р ы :

Ю.В. Бладыко, А.А. Мазуренко, И.В. Новаш

Р е ц е н з е н т ы :

О.И. Александров, доцент кафедры автоматизации производственных процессов и электротехники учреждения образования «Белорусский государственный технологический университет», кандидат технических наук;
М.И. Полуянов, доцент Aviационного колледжа, кандидат технических наук

В учебном пособии приводится методика расчета переходных процессов, нелинейных электрических цепей и электромагнитного поля с помощью MathCAD. Рассмотрена 41 задача с решениями.

Большое внимание уделено компьютерному расчету в MathCAD, облегчающему изучение электротехники.

Предложенный материал является базовой основой для дальнейшего изучения электротехники, а навыки работы в математическом пакете – в других дисциплинах.

Соответствует программам изучения дисциплин «Теоретические основы электротехники», «Теория электрических цепей», «Электротехника и электроника», «Электротехника и промышленная электроника».

Белорусский национальный технический университет
пр-т Независимости, 65, г. Минск, Республика Беларусь
Тел.(017)292-71-93
E-mail: eie@bntu.by
<http://www.electro.bntu.by/>
Регистрационный № ЭИ БНТУ/ЭФ39-58.2013

© Ю.В. Бладыко, А.А. Мазуренко, И.В. Новаш, 2013
© Т.А. Мархель, компьютерный дизайн, 2013
© БНТУ, 2013

СОДЕРЖАНИЕ

СОДЕРЖАНИЕ	3
ЛИТЕРАТУРА	5
ЗАДАЧА 31. ИССЛЕДОВАНИЕ ПЕРЕХОДНОГО ПРОЦЕССА В ЦЕПИ RL	6
ЗАДАЧА 32. ИССЛЕДОВАНИЕ ПЕРЕХОДНОГО ПРОЦЕССА В ЦЕПИ RC	9
ЗАДАЧА 33. ИССЛЕДОВАНИЕ ПЕРЕХОДНОГО ПРОЦЕССА В ЦЕПИ RLC	12
ЗАДАЧА 34. РАСЧЕТ ПЕРЕХОДНОГО ПРОЦЕССА В ЦЕПИ ВТОРОГО ПОРЯДКА КЛАССИЧЕСКИМ МЕТОДОМ	14
ЗАДАЧА 35. РАСЧЕТ ПЕРЕХОДНОГО ПРОЦЕССА В ЦЕПИ ВТОРОГО ПОРЯДКА ОПЕРАТОРНЫМ МЕТОДОМ	19
ЗАДАЧА 36. РАСЧЕТ ПЕРЕХОДНОГО ПРОЦЕССА В ЦЕПИ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА	23
ЗАДАЧА 37. РАСЧЕТ ПЕРЕХОДНОГО ПРОЦЕССА В ЦЕПИ RLC ПРИ ВОЗДЕЙСТВИИ НАПРЯЖЕНИЯ ИМПУЛЬСНОЙ ФОРМЫ	26
ЗАДАЧА 38. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЙ МЕТОД РАСЧЕТА СЛОЖНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ	28
ЗАДАЧА 39. РАСЧЕТ ПРОСТОЙ НЕЛИНЕЙНОЙ ЦЕПИ ПОСТОЯННОГО ТОКА	39
ЗАДАЧА 40. РАСЧЕТ ПРОСТОЙ НЕЛИНЕЙНОЙ ЦЕПИ ПОСТОЯННОГО ТОКА	41
ЗАДАЧА 41. РАСЧЕТ СЛОЖНОЙ НЕЛИНЕЙНОЙ ЦЕПИ 1 ПОСТОЯННОГО ТОКА	43
ЗАДАЧА 42. РАСЧЕТ СЛОЖНОЙ НЕЛИНЕЙНОЙ ЦЕПИ 2 ПОСТОЯННОГО ТОКА	46
ЗАДАЧА 43. РАСЧЕТ НЕРАЗВЕТВЛЕННОЙ МАГНИТНОЙ ЦЕПИ	49
ЗАДАЧА 44. РАСЧЕТ РАЗВЕТВЛЕННОЙ МАГНИТНОЙ ЦЕПИ 1 В МАТНСАД	54
ЗАДАЧА 45. РАСЧЕТ РАЗВЕТВЛЕННОЙ МАГНИТНОЙ ЦЕПИ 2 В МАТНСАД	60
ЗАДАЧА 46. РАСЧЕТ ВОЛЬТ-АМПЕРНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ НЕЛИНЕЙНОЙ КАТУШКИ	64
ЗАДАЧА 47. РАСЧЕТ ПРОСТОЙ НЕЛИНЕЙНОЙ ЦЕПИ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА КОМПЛЕКСНЫМ МЕТОДОМ	69
ЗАДАЧА 48. РАСЧЕТ СЛОЖНОЙ НЕЛИНЕЙНОЙ ЦЕПИ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА КОМПЛЕКСНЫМ МЕТОДОМ	71
ЗАДАЧА 49. РАСЧЕТ НЕЛИНЕЙНОЙ ТРЕХФАЗНОЙ ЦЕПИ ПРИ СОЕДИНЕНИИ ФАЗ НАГРУЗКИ ЗВЕЗДОЙ БЕЗ НУЛЕВОГО ПРОВОДА	73
ЗАДАЧА 50. РАСЧЕТ ПРОСТОЙ НЕЛИНЕЙНОЙ ЦЕПИ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА ЧИСЛЕННЫМ МЕТОДОМ	78
ЗАДАЧА 51. РАСЧЕТ СЛОЖНОЙ НЕЛИНЕЙНОЙ ЦЕПИ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА ЧИСЛЕННЫМ МЕТОДОМ	83
ЗАДАЧА 52. РАСЧЕТ СЛОЖНОЙ НЕЛИНЕЙНОЙ ЦЕПИ ПЕРЕМЕННОГО НЕСИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА ЧИСЛЕННЫМ МЕТОДОМ	88
ЗАДАЧА 53. РАСЧЕТ СЛОЖНОЙ НЕЛИНЕЙНОЙ ЦЕПИ С ДВУМЯ РАЗНОРОДНЫМИ НЕЛИНЕЙНЫМИ ЭЛЕМЕНТАМИ	95
ЗАДАЧА 54. РАСЧЕТ УТРОИТЕЛЯ ЧАСТОТЫ	100
ЗАДАЧА 55. РАСЧЕТ ОДНОПОЛУПЕРИОДНОГО ВЫПРЯМИТЕЛЯ С ИДЕАЛЬНЫМ ИСТОЧНИКОМ НАПРЯЖЕНИЯ	105

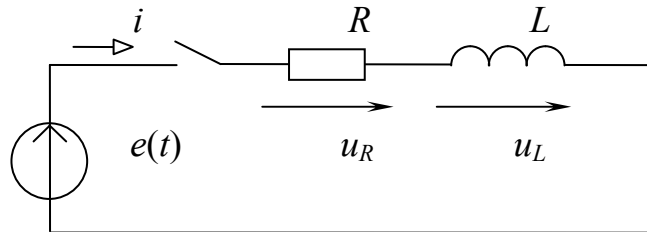
ЗАДАЧА 56. РАСЧЕТ ОДНОПОЛУПЕРИОДНОГО ВЫПРЯМИТЕЛЯ С РЕАЛЬНЫМ ИСТОЧНИКОМ НАПРЯЖЕНИЯ	108
ЗАДАЧА 57. РАСЧЕТ ДВУХПОЛУПЕРИОДНОГО ВЫПРЯМИТЕЛЯ С ИДЕАЛЬНЫМ ИСТОЧНИКОМ НАПРЯЖЕНИЯ	111
ЗАДАЧА 58. РАСЧЕТ ДВУХПОЛУПЕРИОДНОГО ВЫПРЯМИТЕЛЯ	114
ЗАДАЧА 59.1 РАСЧЕТ МОСТОВОГО ВЫПРЯМИТЕЛЯ С ИДЕАЛЬНЫМ ИСТОЧНИКОМ НАПРЯЖЕНИЯ	117
ЗАДАЧА 59.2 РАСЧЕТ МОСТОВОГО ВЫПРЯМИТЕЛЯ С РЕАЛЬНЫМ ИСТОЧНИКОМ НАПРЯЖЕНИЯ	121
ЗАДАЧА 60. РАСЧЕТ ТРЕХФАЗНОГО ВЫПРЯМИТЕЛЯ	124
ЗАДАЧА 61. СРАВНИТЕЛЬНАЯ ОЦЕНКА ПЕРЕХОДНОГО ПРОЦЕССА В ЛИНЕЙНОЙ И НЕЛИНЕЙНОЙ ЦЕПИ RL	128
ЗАДАЧА 62. СРАВНИТЕЛЬНАЯ ОЦЕНКА ПЕРЕХОДНОГО ПРОЦЕССА В ЛИНЕЙНОЙ И НЕЛИНЕЙНОЙ ЦЕПИ RLC	130
ЗАДАЧА 63. РАСЧЕТ ПЕРЕХОДНОГО ПРОЦЕССА В ТРАНСФОРМАТОРЕ.....	132
ЗАДАЧА 64. ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ПОЛЕ ДВУХПРОВОДНОЙ ЛИНИИ БЕЗ УЧЕТА ЗЕМЛИ	134
ЗАДАЧА 65. ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ПОЛЕ ДВУХПРОВОДНОЙ ЛИНИИ С УЧЕТОМ ЗЕМЛИ.....	136
ЗАДАЧА 66. ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ПОЛЕ ТРЕХФАЗНОЙ ЛИНИИ С УЧЕТОМ ЗЕМЛИ.....	139
ЗАДАЧА 67. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ ДВУХПРОВОДНОЙ ЛИНИИ	143
ЗАДАЧА 68. ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ И МАГНИТНОЕ ПОЛЕ ДВУХПРОВОДНОЙ ЛИНИИ БЕЗ УЧЕТА ЗЕМЛИ	145
ЗАДАЧА 69. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ ТРЕХФАЗНОЙ ЛИНИИ	148
ЗАДАЧА 70. КРУГОВОЕ ВРАЩАЮЩЕЕСЯ МАГНИТНОЕ ПОЛЕ	150

ЛИТЕРАТУРА

1. Бессонов, Л.А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи : учебник для технических вузов/ Л.А. Бессонов . – 11-е изд. – М: Гардарики, 2006. – 701 с.: ил.
2. Бессонов, Л.А. Теоретические основы электротехники. Электромагнитное поле: учебник для вузов / Л.А. Бессонов . – 10-е изд. – М: Гардарики, 2003. – 316 с.: ил.
3. Теоретические основы электротехники: учебник для вузов в 3 т. / К.С. Демирчан [и др.]. – СПб.: Питер, 2006.
4. Сборник задач и упражнений по теоретическим основам электротехники / под ред. П.А. Ионкина. – М.: Энергоиздат. 1982. – 768 с.
5. Сборник задач по теоретическим основам электротехники / под ред. Л. А. Бессонова. – М.: Высшая школа, 1980. – 472 с.
6. Прянишников, В.А. Электротехника и ТОО в примерах и задачах : практическое пособие / В.А. Прянишников, Е.А. Петров и Ю.М. Осипов; под общ. ред. В.А. Прянишникова. – СПб: Корона-Век, 2007. – 334 с.: ил.; дискета. – (Для высших и средних учебных заведений)
7. Потапов, Л.А. Теоретические основы электротехники: сборник задач: учебное пособие для вузов/ Л.А. Потапов; кол. авт. Брянский государственный технический университет. – Изд. 2-е изд., доп. – Брянск: Из-во БГТУ, 2007. – 192 с.: ил.
8. Гольдин, О.Е. Задачник по теории электрических цепей / О.Е. Гольдин. – М.: Высшая школа, 1969. – 312с.
9. Шебес, М.Р. Задачник по теории линейных электрических цепей / М.Р. Шебес. –М.: Высшая школа, 1984. – 488 с.

ЗАДАЧА 31. ИССЛЕДОВАНИЕ ПЕРЕХОДНОГО ПРОЦЕССА В ЦЕПИ RL

1. Схема цепи и параметры элементов

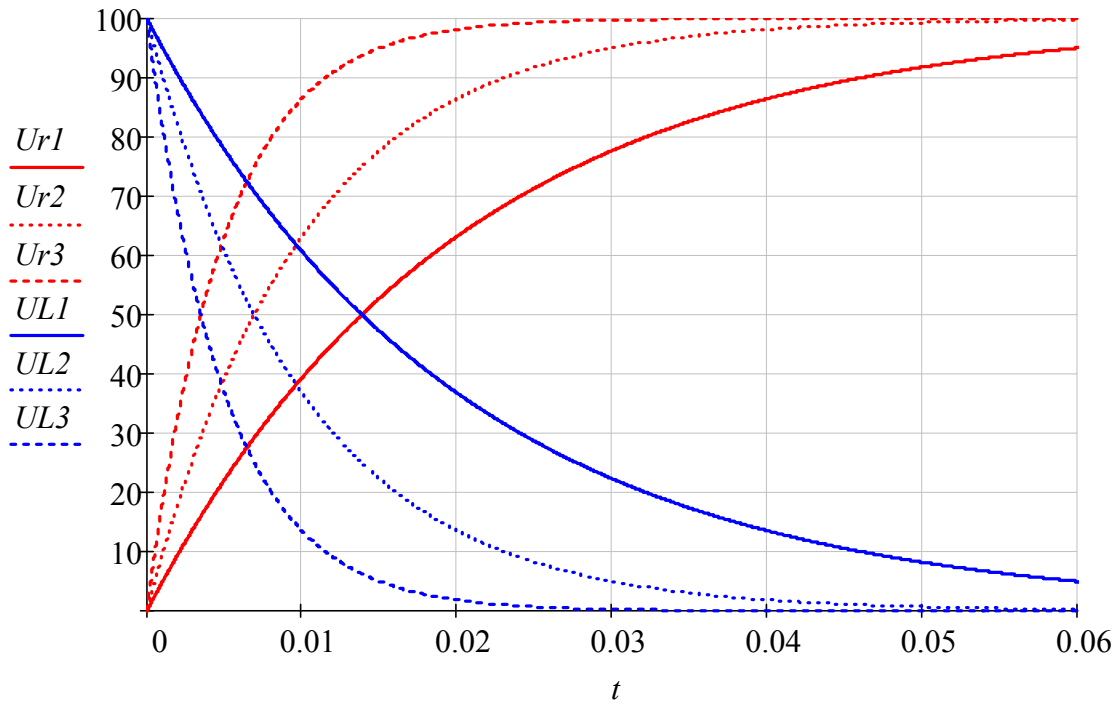


$$\begin{array}{lll}
 E := 100 & f := 50 & \alpha := 30deg \\
 R1 := 10 & R2 := 20 & R3 := 40 \\
 L1 := 0.2 & L2 := 0.2 & L3 := 0.2
 \end{array}$$

2. Система дифференциальных уравнений и ее решение

$$\begin{aligned}
 iL \cdot R + L \frac{d}{dt} iL &= e(t) & \frac{d}{dt} iL &= \frac{-R}{L} \cdot iL + \frac{e(t)}{L} \\
 NU := 0 & \quad F(t, X) := \frac{-R1}{L1} \cdot X_0 + \frac{E}{L1} \\
 Z &:= rkfixed(NU, 0, 0.2, 10000, F) \\
 t := Z^{(0)} & \quad i := Z^{(1)} & Ur1 &:= i \cdot R1 & UL1 &:= E - Ur1 \\
 NU &:= 0 & F(t, X) &:= \frac{-R2}{L2} \cdot X_0 + \frac{E}{L2} \\
 Z &:= rkfixed(NU, 0, 0.2, 10000, F) \\
 t &:= Z^{(0)} & i &:= Z^{(1)} & Ur2 &:= i \cdot R2 & UL2 &:= E - Ur2 \\
 NU &:= 0 & F(t, X) &:= \frac{-R3}{L3} \cdot X_0 + \frac{E}{L3} \\
 Z &:= rkfixed(NU, 0, 0.2, 10000, F) \\
 t &:= Z^{(0)} & i &:= Z^{(1)} & Ur3 &:= i \cdot R3 & UL3 &:= E - Ur3
 \end{aligned}$$

3. Графические диаграммы функций $Ur(t)$, $UL(t)$



$$\underline{R} := 20 \quad \underline{L} := .2 \quad \underline{\alpha} := 72deg$$

$$e1(t) := E \cdot \sin(2\pi \cdot f \cdot t + \alpha) \quad e2(t) := E \cdot \sin(2\pi \cdot f \cdot t + \alpha + 90deg)$$

$$e3(t) := E \cdot \sin(2\pi \cdot f \cdot t + \alpha - 90deg)$$

$$\underline{NU} := 0 \quad \underline{F}(t, X) := \frac{-R}{L} \cdot X_0 + \frac{e1(t)}{L}$$

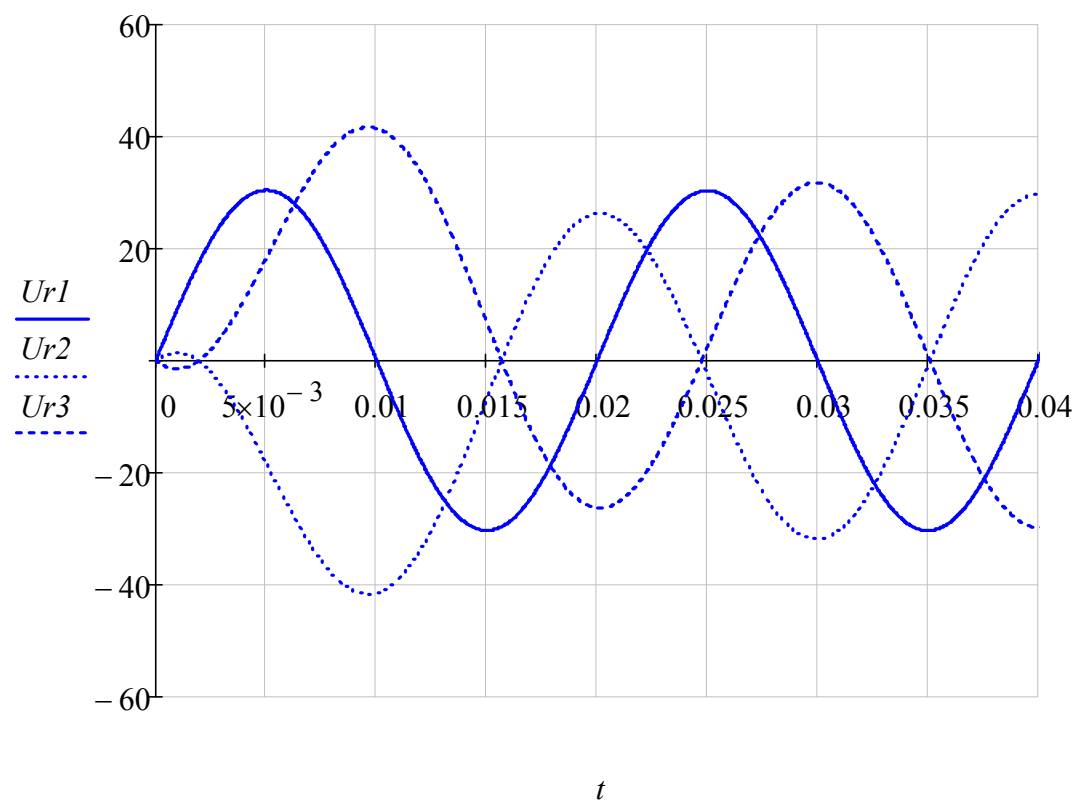
$$\underline{Z} := rkfixed(\underline{NU}, 0, 0.2, 10000, F) \quad i := Z^{(1)} \quad \underline{Ur1} := i \cdot R$$

$$\underline{NU} := 0 \quad \underline{F}(t, X) := \frac{-R}{L} \cdot X_0 + \frac{e2(t)}{L}$$

$$\underline{Z} := rkfixed(\underline{NU}, 0, 0.2, 10000, F) \quad i := Z^{(1)} \quad \underline{Ur2} := i \cdot R$$

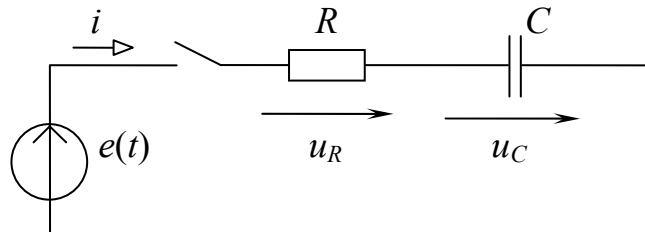
$$\underline{NU} := 0 \quad \underline{F}(t, X) := \frac{-R}{L} \cdot X_0 + \frac{e3(t)}{L}$$

$$\underline{Z} := rkfixed(\underline{NU}, 0, 0.2, 10000, F) \quad i := Z^{(1)} \quad \underline{Ur3} := i \cdot R$$



ЗАДАЧА 32. ИССЛЕДОВАНИЕ ПЕРЕХОДНОГО ПРОЦЕССА В ЦЕПИ RC

1. Схема цепи и параметры элементов



$$\begin{aligned}
 E &:= 100 & f &:= 50 & \alpha &:= 30deg & \underline{R} &:= 200 \\
 R1 &:= 200 & R2 &:= 400 & R3 &:= 600 & & \\
 C1 &:= 40 \cdot 10^{-6} & C2 &:= 40 \cdot 10^{-6} & C3 &:= 40 \cdot 10^{-6} & &
 \end{aligned}$$

2. Система дифференциальных уравнений и ее решение

$$iI \cdot R + U_C = e(t)$$

$$iI = C \frac{d}{dt} U_C$$

$$\frac{d}{dt} U_C = -\frac{1}{R \cdot C} \cdot U_C + \frac{1}{R \cdot C} \cdot e(t)$$

$$NU := 0 \quad D(t, X) := -\frac{1}{R1 \cdot C1} \cdot X_0 + \frac{1}{R1 \cdot C1} \cdot E$$

$$\underline{F} := rkfixed(NU, 0, 0.2, 10000, D)$$

$$t := F^{(0)} \quad U_{C1} := F^{(1)} \quad U_{r1} := E - U_{C1}$$

$$\underline{NU} := 0 \quad \underline{D}(t, X) := -\frac{1}{R2 \cdot C2} \cdot X_0 + \frac{1}{R2 \cdot C2} \cdot E$$

$$\underline{F} := rkfixed(NU, 0, 0.2, 10000, D)$$

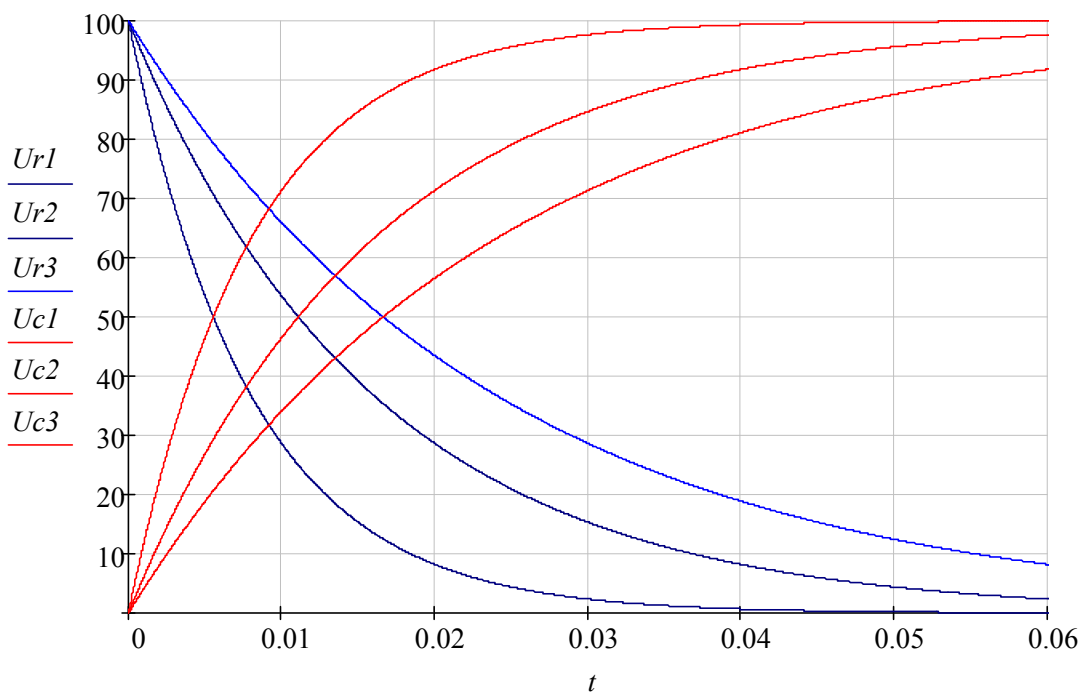
$$t := F^{(0)} \quad U_{C2} := F^{(1)} \quad U_{r2} := E - U_{C2}$$

$$\underline{NU} := 0 \quad \underline{D}(t, X) := -\frac{1}{R3 \cdot C3} \cdot X_0 + \frac{1}{R3 \cdot C3} \cdot E$$

$$\underline{F} := rkfixed(\underline{NU}, 0, 0.2, 10000, D)$$

$$t := F^{(0)} \quad U_{c3} := F^{(1)} \quad U_{r3} := E - U_{c3}$$

3. Графические диаграммы функций $U_r(t)$, $U_c(t)$



$$\underline{R} := 200 \quad \underline{C} := 30 \cdot 10^{-6}$$

$$\underline{\alpha} := 62deg$$

$$\underline{e}(t) := E \cdot \sin(2\pi \cdot f \cdot t + \alpha)$$

$$\underline{NU} := 0$$

$$\underline{D}(t, X) := -\frac{1}{R \cdot C} \cdot X_0 + \frac{1}{R \cdot C} \cdot e(t)$$

$$\underline{F} := rkfixed(\underline{NU}, 0, 0.2, 10000, D)$$

$$t := F^{(0)} \quad U_{cl} := F^{(1)}$$

$$\underline{e}(t) := E \cdot \sin(2\pi \cdot f \cdot t + \alpha + 90deg)$$

$$\underline{NU} := 0$$

$$\underline{D}(t, X) := -\frac{1}{R \cdot C} \cdot X_0 + \frac{1}{R \cdot C} \cdot e(t)$$

$$\underline{F} := rkfixed(\underline{NU}, 0, 0.2, 10000, D)$$

$$t := F^{(0)} \quad U_{c2} := F^{(1)}$$

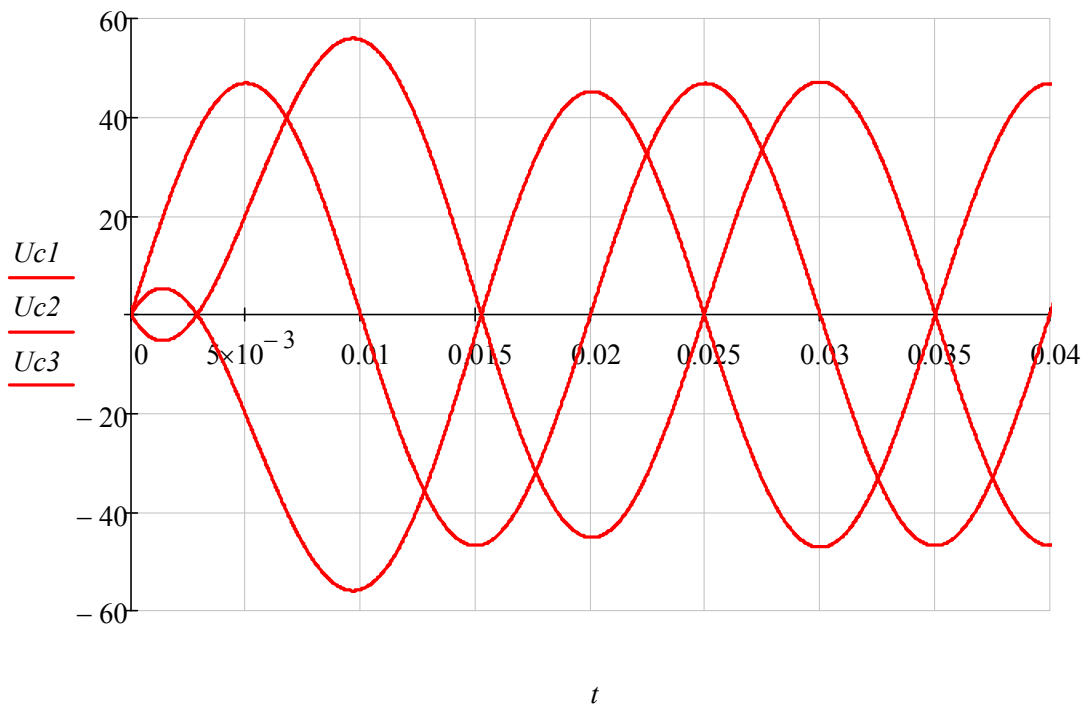
$$\underline{e}(t) := E \cdot \sin(2\pi \cdot f \cdot t + \alpha - 90deg)$$

$$\underline{NU} := 0 \quad \underline{D}(t, X) := -\frac{1}{R \cdot C} \cdot X_0 + \frac{1}{R \cdot C} \cdot e(t)$$

$$\underline{F} := rkfixed(\underline{NU}, 0, 0.2, 10000, D)$$

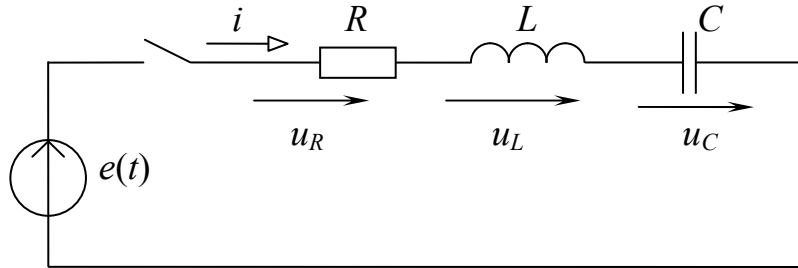
$$t := F^{(0)} \quad U_{c3} := F^{(1)}$$

4. Графические диаграммы функций $U_c(t)$



ЗАДАЧА 33. ИССЛЕДОВАНИЕ ПЕРЕХОДНОГО ПРОЦЕССА В ЦЕПИ RLC

1. Схема цепи и параметры элементов



Исходные данные : $E := 100$ $\underline{L} := 0.5$ $\underline{C} := 20 \cdot 10^{-6}$

$R1 := 100$

$R2 := 280$

$R3 := 700$

2. Система дифференциальных уравнений и ее решение

$$iL \cdot R + L \frac{d}{dt} iL + U_C = e(t)$$

$$iL = C \left(\frac{d}{dt} U_C \right)$$

$$\frac{d}{dt} iL = \frac{-R}{L} \cdot iL - \frac{1}{L} U_C + \frac{e(t)}{L}$$

$$\frac{d}{dt} U_C = \frac{1}{C} \cdot iL$$

$$\underline{N} := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad D(t, X) := \begin{pmatrix} \frac{-R1}{L} X_0 + \frac{-1}{L} X_1 + \frac{E}{L} \\ \frac{1}{C} \cdot X_0 \end{pmatrix}$$

$$\underline{F} := rkfixed(N, 0, 0.2, 10000, D)$$

$$t := F^{(0)} \quad i1 := F^{(1)} \quad Uc1 := F^{(2)} \quad Ur1 := i1 \cdot R1$$

$$N := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \underline{D}(t, X) := \begin{pmatrix} \frac{-R2}{L} X_0 + \frac{-1}{L} X_1 + \frac{E}{L} \\ \frac{1}{C} \cdot X_0 \end{pmatrix}$$

$$\underline{F} := rkfixed(N, 0, 0.2, 10000, D)$$

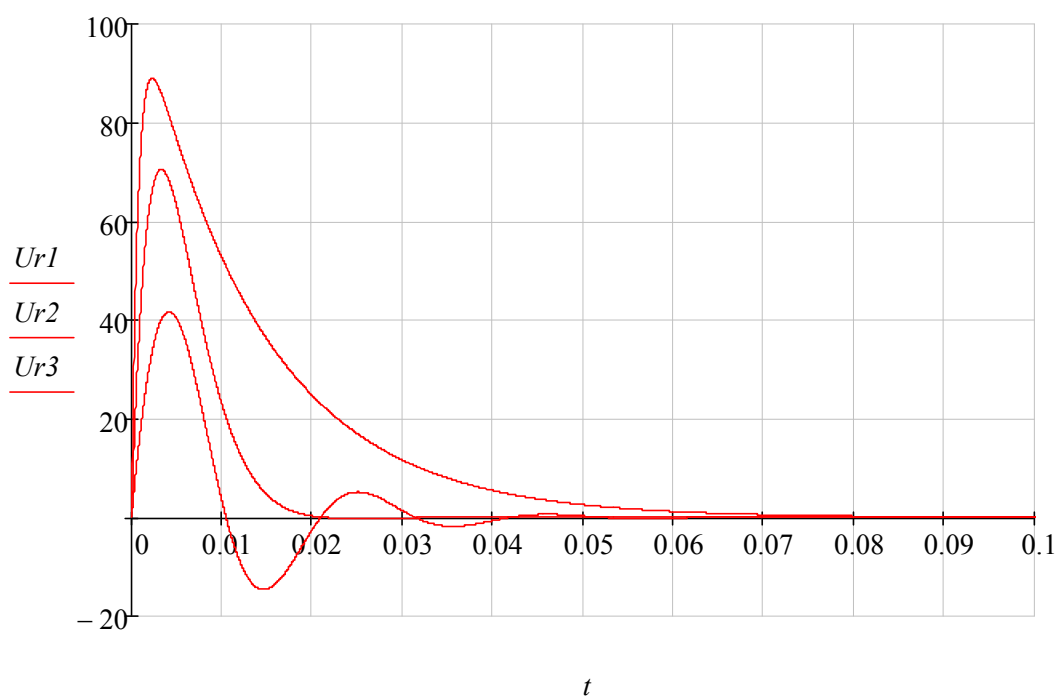
$$t := F^{(0)} \quad i2 := F^{(1)} \quad Uc2 := F^{(2)} \quad Ur2 := i2 \cdot R2$$

$$N := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \underline{D}(t, X) := \begin{pmatrix} \frac{-R3}{L} X_0 + \frac{-1}{L} X_1 + \frac{E}{L} \\ \frac{1}{C} \cdot X_0 \end{pmatrix}$$

$$\underline{F} := rkfixed(N, 0, 0.2, 10000, D)$$

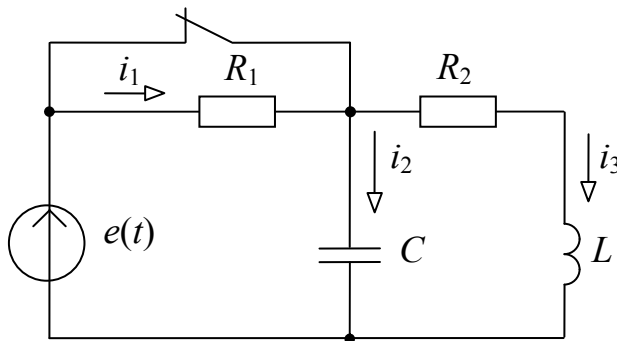
$$t := F^{(0)} \quad i3 := F^{(1)} \quad Uc3 := F^{(2)} \quad Ur3 := i3 \cdot R3$$

3. Графические диаграммы функций $Ur(t)$



ЗАДАЧА 34. РАСЧЕТ ПЕРЕХОДНОГО ПРОЦЕССА В ЦЕПИ ВТОРОГО ПОРЯДКА КЛАССИЧЕСКИМ МЕТОДОМ

1. Схема цепи и параметры элементов



$$R_2 := 35$$

$$R_1 := 276$$

$$L := 65 \cdot 10^{-3}$$

$$C := 1.9 \cdot 10^{-6}$$

$$Em := 235$$

$$f := 125$$

$$\alpha := 134 \cdot \text{deg}$$

$$\omega := 2\pi f \quad T := \frac{1}{f} \quad u(t) := Em \cdot \sin(\omega \cdot t + \alpha) \quad j := \sqrt{-1}$$

Требуется определить функцию $U_C(t)$ в переходном режиме

2. Расчет переходного процесса классическим методом

2.1. Общий вид решения:

$$U_C(t) = U_y(t) + U_{cb}(t) = Um \cdot \sin(\omega t + \psi) + A \cdot e^{-bt} \cdot \sin(\omega_o t + \gamma)$$

2.2. Характеристическое уравнение и его корни

$$Z(p) = \frac{R_1 \cdot (R_2 + p \cdot L)}{R_1 + (R_2 + p \cdot L)} + \frac{1}{pC} = 0$$

$$R_2 \cdot L \cdot C \cdot p^2 + (R_1 \cdot R_2 \cdot C + L) \cdot p + (R_1 + R_2) = 0$$

Для нахождения корней уравнения используем функцию *polyroots*

$$p := \text{polyroots} \left(\begin{pmatrix} R_1 + R_2 \\ R_1 \cdot R_2 \cdot C + L \\ R_1 \cdot L \cdot C \end{pmatrix} \right) = \begin{pmatrix} -1222.701 - 2762.061j \\ -1222.701 + 2762.061j \end{pmatrix}$$

$$p_0 = -1222.701 - 2762.061j \quad p_1 = -1222.701 + 2762.061j$$

$$b := -\text{Re}(p_0) = 1222.701 \quad \omega_o := -\text{Im}(p_0) = 2762.061$$

2.3. Определение установившейся составляющей по методу двух узлов:

$$X_C := \frac{1}{\omega \cdot C}$$

$$X_L := \omega \cdot L$$

$$Z_2 := R_2 + j \cdot X_L$$

$$U_m := \frac{E_m \cdot e^{j \cdot \alpha}}{R_1 \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{-j \cdot X_C} \right)}$$

$$|U_m| = 48.931 \quad \psi := \arg(U_m) = 176.844 \cdot \text{deg}$$

$$U_y(t) := |U_m| \cdot \sin(\omega \cdot t + \psi)$$

2.4. Определение независимых начальных условий $i_3(0)$, $U_C(0)$

$$U_C(t) := u(t) \quad U_C(0) = 169.045$$

$$\underline{Im}_3 := \frac{E_m \cdot e^{j \cdot \alpha}}{Z_2} \quad |Im_3| = 3.797 \quad \beta := \arg(Im_3)$$

$$i_3(t) := |Im_3| \cdot \sin(\omega \cdot t + \beta) \quad i_3(0) = 3.72$$

2.5. Система дифференциальных уравнений по законам Кирхгофа

$$i_1 - i_2 - i_3 = 0 \quad (1)$$

$$i_1 \cdot R_1 + U_C = u(t) \quad (2)$$

$$L \cdot \frac{d}{dt} i_3 + i_3 \cdot R_2 - U_C = 0 \quad (3)$$

$$i_2 = C \cdot \frac{d}{dt} U_C \quad (4)$$

2.6. Определение зависимых начальных условий

$$\text{из (2) выразим } i_1 \quad i_1 := \frac{1}{R_1} \cdot (u(0) - U_C(0))$$

$$\text{из (1) выразим } i_2 \quad i_2 := i_1 - i_3(0)$$

$$\text{из (4)} \quad \left(\frac{d}{dt} U_C \right)(0) = du = \frac{i_2}{C} \quad du := \frac{i_2}{C} \quad du = -1957664.033$$

2.7. Определение постоянных интегрирования

Представим общий вид решения для искомой функции и ее производной в развернутой форме:

$$U_c(t) = U_y(t) + U_{cb}(t) = |Um| \cdot \sin(\omega t + \psi) + e^{-bt} \cdot [(A_1) \cdot \sin(\omega_0 \cdot t) + A_2 \cdot \cos(\omega_0 \cdot t)]$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} U_c(t) = & |Um| \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot t + \psi) - [b \cdot e^{-b \cdot t} \cdot (A_1 \cdot \sin(\omega_0 \cdot t) + A_2 \cdot \cos(\omega_0 \cdot t))] + \\ & + (A_1 \cdot \omega_0 \cdot \cos(\omega_0 \cdot t) - A_2 \cdot \omega_0 \cdot \sin(\omega_0 \cdot t)) \cdot e^{-b \cdot t} \end{aligned}$$

Подставляем начальные условия и находим постоянные интегрирования:

$$U_c(0) = |Um| \cdot \sin(\psi) + A_2 \quad \underline{A_2} := U_c(0) - |Um| \cdot \sin(\psi) = 166.351$$

$$du = |Um| \cdot \omega \cdot \cos(\psi) - (b \cdot A_2 + \omega_0 \cdot A_1)$$

$$A_{1.} := \frac{b \cdot A_2 - |Um| \cdot \omega \cdot \cos(\psi) + du}{\omega_0} = -621.237$$

$$A := A_1 + j \cdot A_2 \quad |A| = 643.124 \quad \gamma := \arg(A) = 165.009 \cdot \text{deg}$$

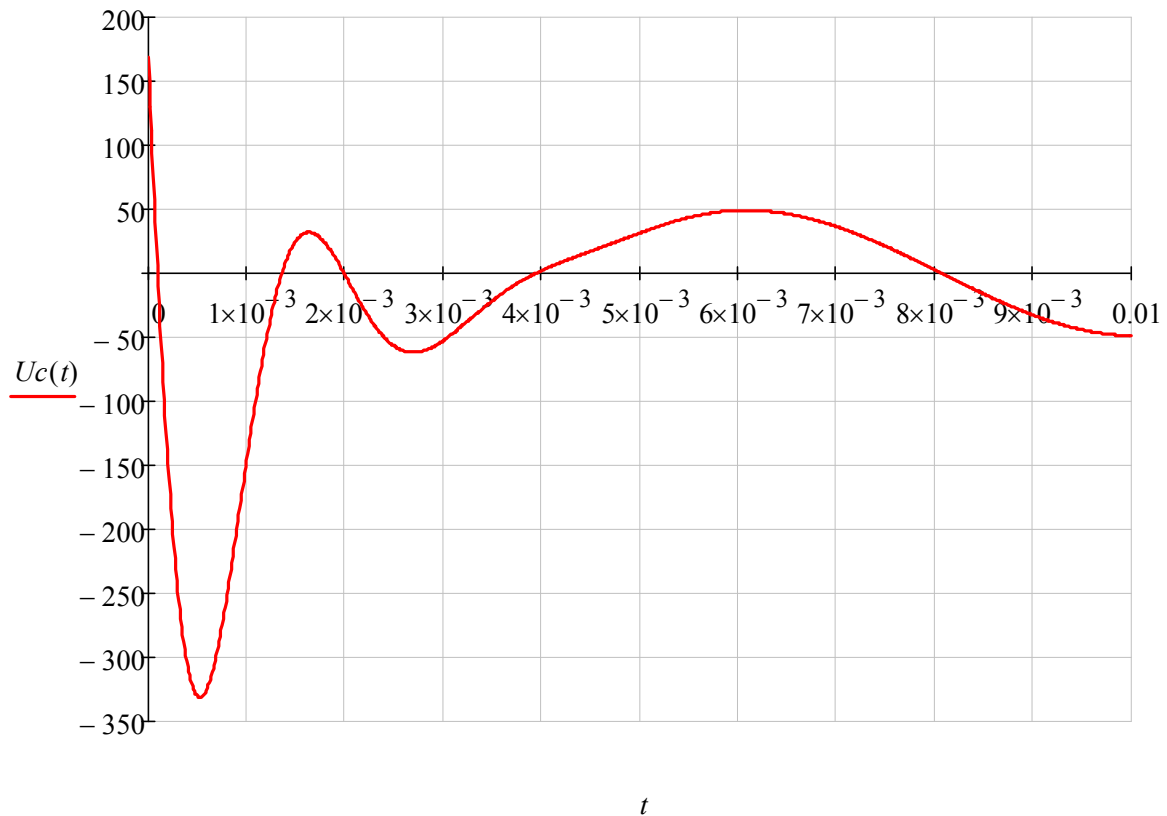
2.8. Окончательное решение для искомой функции

$$\underline{U_c(t)} := |Um| \cdot \sin(\omega \cdot t + \psi) + e^{-b \cdot t} \cdot (|A| \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + \gamma)) \quad b = 1222.701$$

$$|Um| = 48.931 \quad \psi = 176.844 \cdot \text{deg} \quad \omega = 785.398$$

$$|A| = 643.124 \quad \omega_0 = 2762.061 \quad \gamma = 165.009 \cdot \text{deg}$$

2.9. Графическая диаграмма искомой функции



3. Расчет переходного процесса численным методом

3.1. Независимые начальные условия: $i_3(0)$, $U_c(0)$

$$U_c(t) := u(t) \quad U_c(0) = 169.045$$

$$Im_3 := \frac{Em \cdot e^{\alpha i}}{Z_2} \quad |Im_3| = 3.797 \quad \alpha i := \arg(Im_3)$$

$$i_3(t) := |Im_3| \cdot \sin(\omega \cdot t + \alpha i) \quad i_3(0) = 3.72$$

3.2. Система дифференциальных уравнений по законам Кирхгофа

$$i_1 - i_2 - i_3 = 0 \quad (1)$$

$$i_1 \cdot R_1 + U_c = u(t) \quad (2)$$

$$L \cdot \frac{d}{dt} i_3 + i_3 \cdot R_2 - U_c = 0 \quad (3)$$

$$i_2 = C \cdot \frac{d}{dt} U_c \quad (4)$$

3.3. Приведение системы дифференциальных уравнений к форме Коши и ее решение

$$\frac{d}{dt} i_3 = \frac{-R_2}{L} \cdot i_3 + \frac{1}{L} \cdot U_c$$

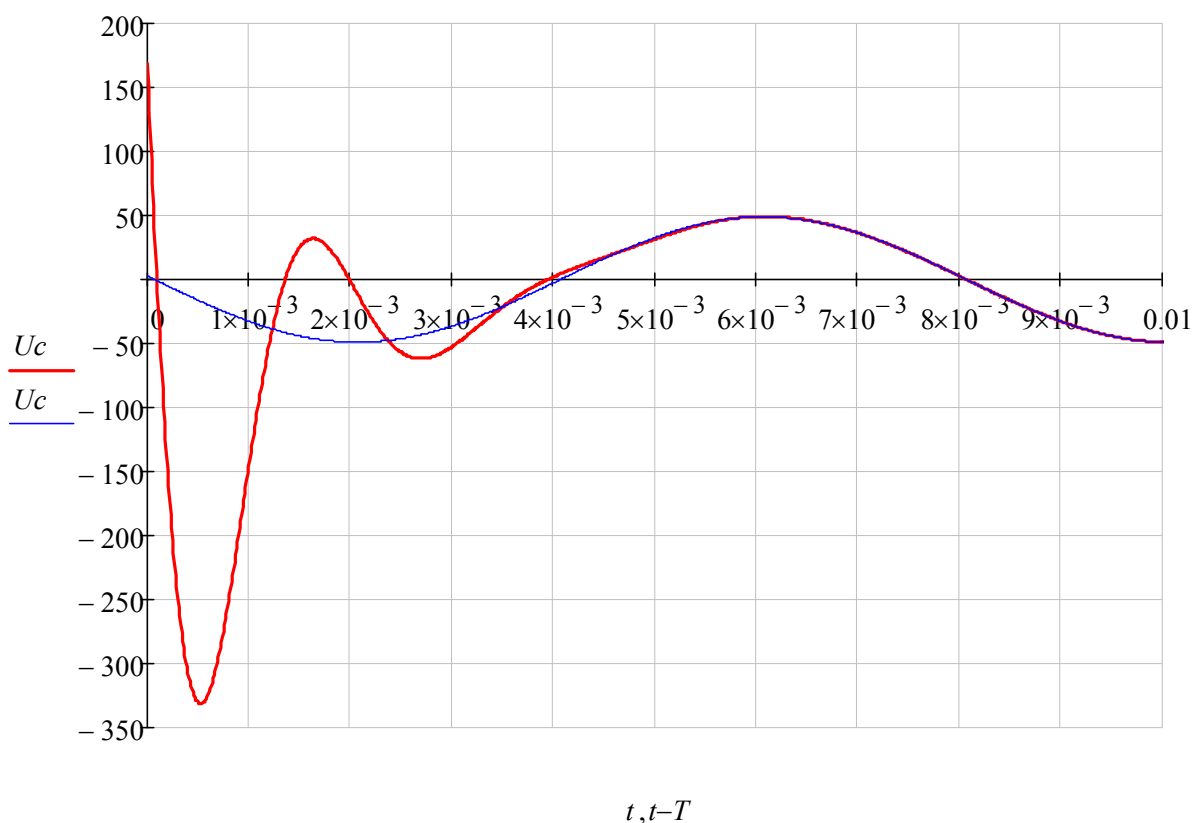
$$\frac{d}{dt} U_c = \frac{-1}{C} \cdot i_3 - \frac{1}{R_1 \cdot C} \cdot U_c + \frac{1}{R_1 \cdot C} u(t)$$

$$\underline{N} := \begin{pmatrix} i_3(0) \\ U_c(0) \end{pmatrix} \quad D(t, X) := \begin{pmatrix} \frac{-R_2}{L} \cdot X_0 + \frac{1}{L} \cdot X_1 \\ \frac{-1}{C} \cdot X_0 - \frac{1}{C \cdot R_1} \cdot X_1 + \frac{1}{C \cdot R_1} \cdot u(t) \end{pmatrix}$$

$$n := 2000 \quad \underline{F} := rkfixed(\underline{N}, 0, 0.02, n, D)$$

$$t := F^{(0)} \quad i_3 := F^{(1)} \quad U_c := F^{(2)}$$

3.4. Графическая диаграмма искомой функции $U_c(t)$



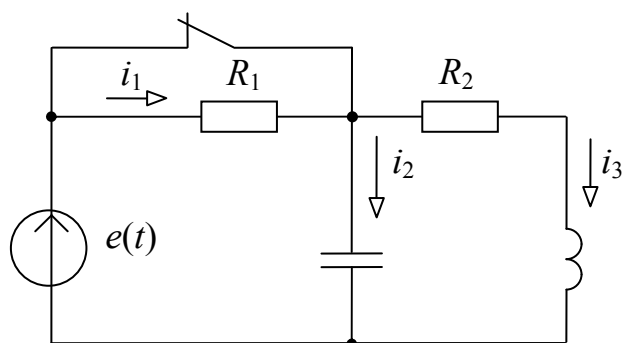
4. Анализ решения по графической диаграмме

Из анализа графической диаграммы функции $U_c(t)$ определяем:

- 4.1. Характер переходного процесса - колебательный, затухающий.
- 4.2. Время переходного процесса $T_n = 0.0045$ с.
- 4.3. Коэффициент затухания свободной составляющей $b = 5/T_n = 1111$.
- 4.4. Период свободных колебаний $T_0 = 0.0023$.
- 4.5. Максимальное и минимальное значения $U_{c_{\max}} = 170$ В, $U_{c_{\min}} = -330$ В.

ЗАДАЧА 35. РАСЧЕТ ПЕРЕХОДНОГО ПРОЦЕССА В ЦЕПИ ВТОРОГО ПОРЯДКА ОПЕРАТОРНЫМ МЕТОДОМ

1. Схема цепи и параметры элементов



$$R_2 := 35 \text{ Ом}$$

$$R_1 := 276 \text{ Ом}$$

$$L := 65 \cdot 10^{-3} \text{ Гн}$$

$$C := 1.9 \cdot 10^{-6} \text{ Ф}$$

$$Em := 115 \text{ В}$$

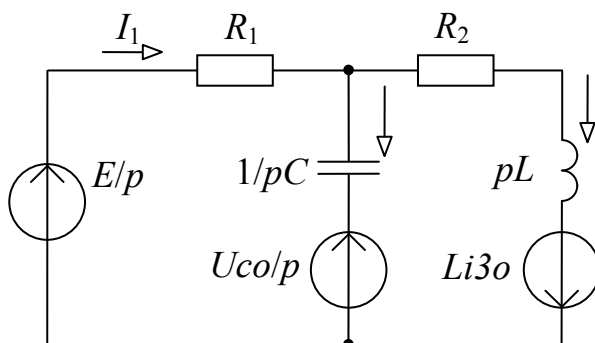
$$u(t) := Em$$

$$j := \sqrt{-1}$$

Требуется определить функцию $Uc(t)$ в переходном режиме

2. Расчет переходного процесса операторным методом

2.1. Операторная схема замещения



2.2. Независимые начальные условия

$$i3o := \frac{Em}{R_2} = 3.286$$

$$Uco := Em = 115$$

2.3. Система операторных уравнений (по методу 2-х узлов)

$$Uc(p) := \frac{\frac{Em}{p \cdot R_1} + \frac{Uco}{p} \cdot p \cdot C - \frac{L \cdot i3o}{R_2 + p \cdot L}}{\frac{1}{R_2} + p \cdot C + \frac{1}{R_1 + p \cdot L}}$$

После преобразований получим решение для искомой функции в следующем виде

$$Uc(p) = \frac{Em \cdot R_2 + p(Em \cdot L + R_1 \cdot R_2 \cdot Uco \cdot C - R_1 \cdot L \cdot i3o) + p^2 \cdot R_1 \cdot L \cdot Uco \cdot C}{p^3 \cdot R_2 \cdot L \cdot C + p^2(L + R_1 \cdot R_2 \cdot C) + p(R_1 + R_2)} = \frac{N(p)}{M(p)}$$

$$N(p) := Em \cdot R_2 + p(Em \cdot L + R_1 \cdot R_2 \cdot Uco \cdot C - R_1 \cdot L \cdot i3o) + p^2 \cdot R_1 \cdot L \cdot Uco \cdot C$$

$$M(p) := p^3 \cdot R_2 \cdot L \cdot C + p^2 \cdot (L + R_1 \cdot R_2 \cdot C) + p \cdot (R_1 + R_2)$$

$$dM(p) := [3p^2 \cdot R_2 \cdot L \cdot C + 2p \cdot (L + R_1 \cdot R_2 \cdot C) + R_1 + R_2]$$

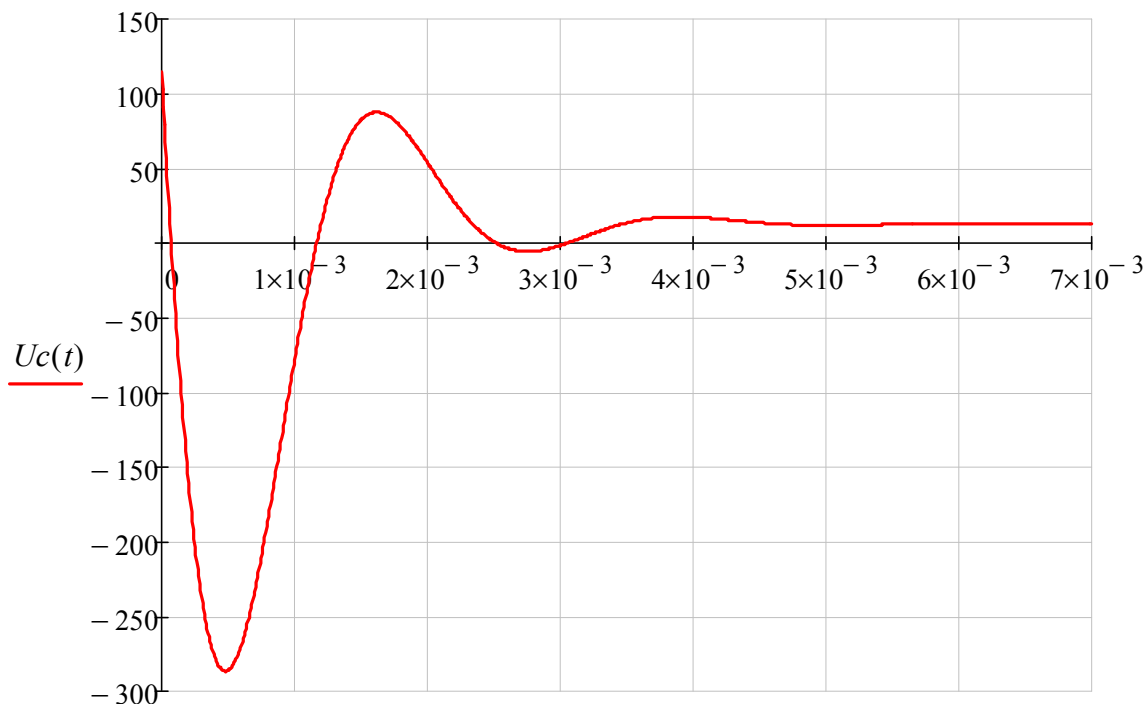
2.4. Определение корней уравнения $M(p) = 0$ (используем функцию polyroots):

$$p := \text{polyroots} \left(\begin{pmatrix} 0 \\ R_1 + R_2 \\ L + R_2 \cdot R_1 \cdot C \\ R_1 \cdot L \cdot C \end{pmatrix} \right) = \begin{pmatrix} -1222.701 - 2762.061j \\ -1222.701 + 2762.061j \\ 0 \end{pmatrix}$$

2.6. Решение для искомой функции

$$Uc(t) := \sum_{k=0}^2 \left(\frac{N(p_k)}{dM(p_k)} \cdot e^{p_k \cdot t} \right)$$

2.7. Графическая диаграмма искомой функции



3. Расчет переходного процесса численным методом

3.1. Независимые начальные условия: $i_3(0)$, $U_c(0)$

$$\underline{i3o} := \frac{Em}{R_2} = 3.286 \quad \underline{Uco} := Em = 115$$

3.2. Система дифференциальных уравнений по законам Кирхгофа

$$i_1 - i_2 - i_3 = 0 \quad (1)$$

$$i_1 \cdot R_1 + U_c = u(t) \quad (2)$$

$$L \cdot \frac{d}{dt} i_3 + i_3 \cdot R_2 - U_c = 0 \quad (3)$$

$$i_2 = C \cdot \frac{d}{dt} U_c \quad (4)$$

3.3. Приведение системы дифференциальных уравнений к форме Коши и ее решение

$$\frac{d}{dt} i_3 = \frac{-R_2}{L} \cdot i_3 + \frac{1}{L} \cdot U_c$$

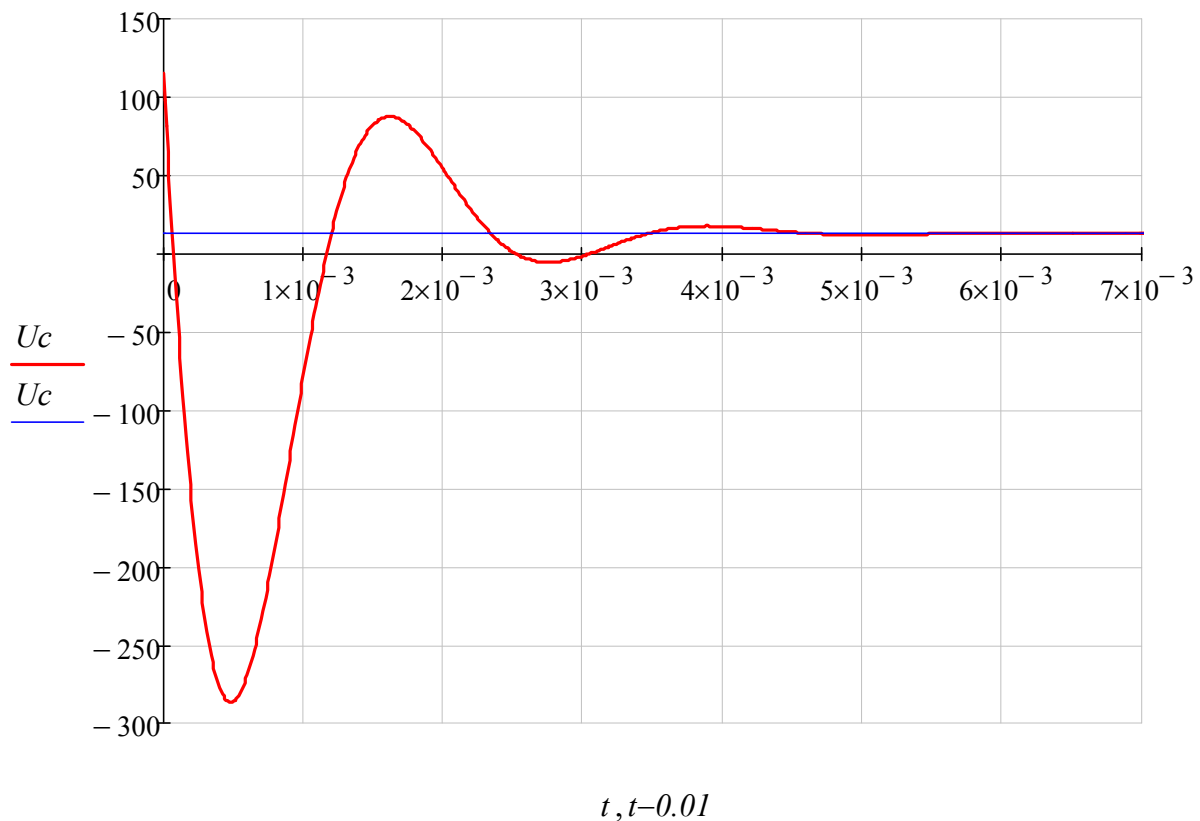
$$\frac{d}{dt} U_c = \frac{-1}{C} \cdot i_3 - \frac{1}{R_1 \cdot C} \cdot U_c + \frac{1}{R_1 \cdot C} u(t)$$

$$\underline{N} := \begin{pmatrix} i3o \\ Uco \end{pmatrix} \quad D(t, V) := \begin{pmatrix} \frac{-R_2}{L} \cdot V_0 + \frac{1}{L} \cdot V_1 \\ \frac{-1}{C} \cdot V_0 - \frac{1}{C \cdot R_1} \cdot V_1 + \frac{1}{C \cdot R_1} \cdot Em \end{pmatrix}$$

$$n := 2000 \quad \underline{F} := rkfixed(N, 0, 0.02, n, D)$$

$$t := F^{(0)} \quad i3 := F^{(1)} \quad \underline{Uc} := F^{(2)}$$

3.4. Графическая диаграмма искомой функции $U_c(t)$



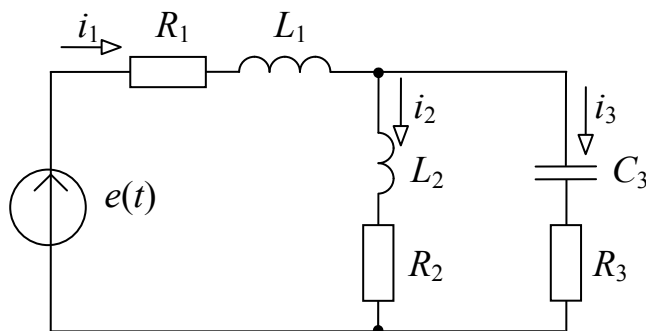
4. Анализ решения по графической диаграмме

Из анализа графической диаграммы функции $U_c(t)$ определяем:

- 4.1. Характер переходного процесса – колебательный, затухающий.
- 4.2. Время переходного процесса $T_n = 0.0045$ с.
- 4.3. Коэффициент затухания свободной составляющей $b = 5/T_n = 1111$.
- 4.4. Период свободных колебаний $T_o = 0.0023$.
- 4.5. Максимальное и минимальное значения $U_{c_{\max}} = 137$ В, $U_{c_{\min}} = -280$ В.

ЗАДАЧА 36. РАСЧЕТ ПЕРЕХОДНОГО ПРОЦЕССА В ЦЕПИ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА

1. Схема цепи и параметры элементов



$$R1 := 10 \quad R2 := 15 \quad R3 := 1 \quad L1 := 0.1 \quad L2 := 0.3 \quad C := 20 \times 10^{-6}$$

$$E := 30 \quad Em := 100 \quad f := 50 \quad \omega := 2\pi f \quad \alpha := 50deg$$

$$e(t) := E + Em \cdot \sin(\omega \cdot t + \alpha)$$

2. Система дифференциальных уравнений по законам Кирхгофа

$$i1 - i2 - i3 = 0$$

$$i1 \cdot R1 + L1 \cdot \frac{di1}{dt} + i3 \cdot R3 + U_c = e(t)$$

$$-i2 \cdot R2 - L2 \cdot \frac{di2}{dt} + i3 \cdot R3 + U_c = 0$$

$$C \cdot \frac{dU_c}{dt} = i3$$

$$\frac{d}{dt}i1 = \frac{-(R1 + R3)}{L1} \cdot i1 + \frac{R3}{L1} \cdot i2 - \frac{1}{L1} \cdot U_c + \frac{1}{L1} \cdot e(t)$$

$$\frac{d}{dt}i2 = \frac{R3}{L2} \cdot i1 - \frac{(R2 + R3)}{L2} \cdot i2 + \frac{1}{L2} U_c$$

$$\frac{d}{dt}U_c = \frac{1}{C} \cdot i1 - \frac{1}{C} \cdot i2$$

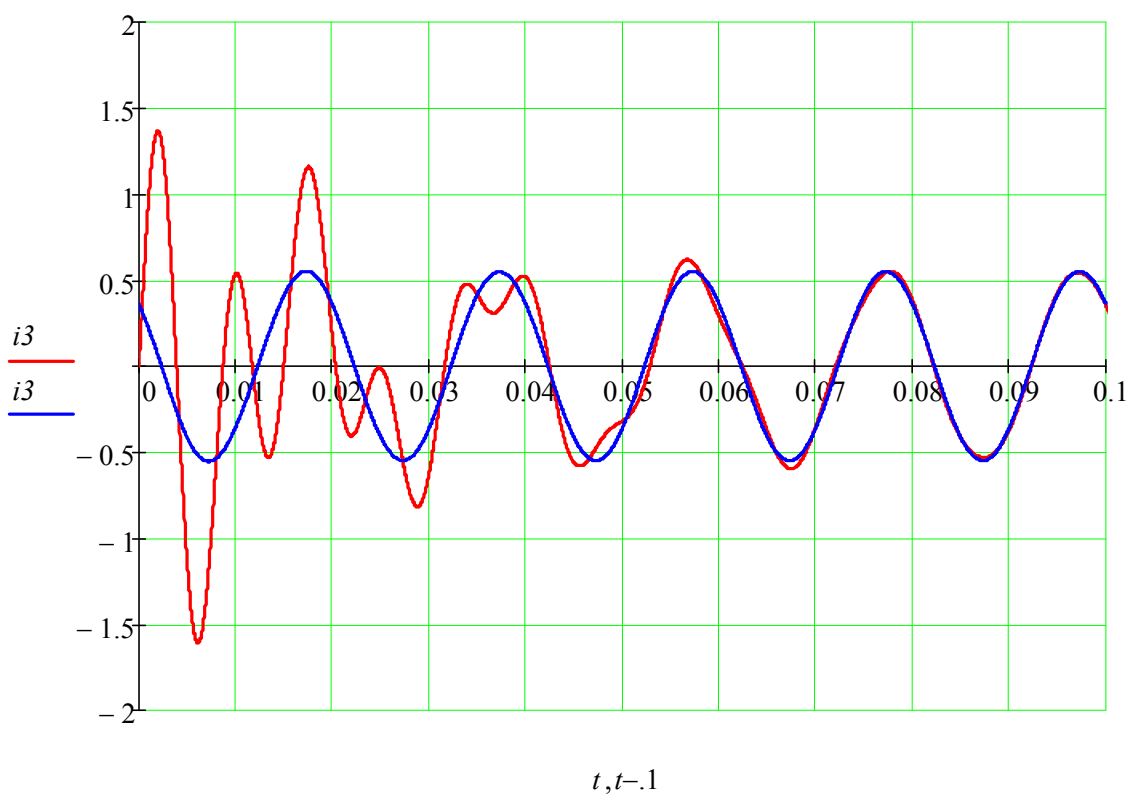
3. Решение системы дифференциальных уравнений численным методом

$$Y := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad F(t, X) := \begin{bmatrix} \frac{-(R1 + R3)}{L1} \cdot X_0 + \frac{R3}{L1} \cdot X_1 + \frac{-1}{L1} \cdot X_2 + \frac{1}{L1} \cdot e(t) \\ \frac{R3}{L2} \cdot X_0 + \frac{-(R2 + R3)}{L2} \cdot X_1 + \frac{1}{L2} \cdot X_2 \\ \frac{1}{C} \cdot X_0 + \frac{-1}{C} \cdot X_1 \end{bmatrix}$$

$$Z := rkfixed(Y, 0, 0.2, 10000, F)$$

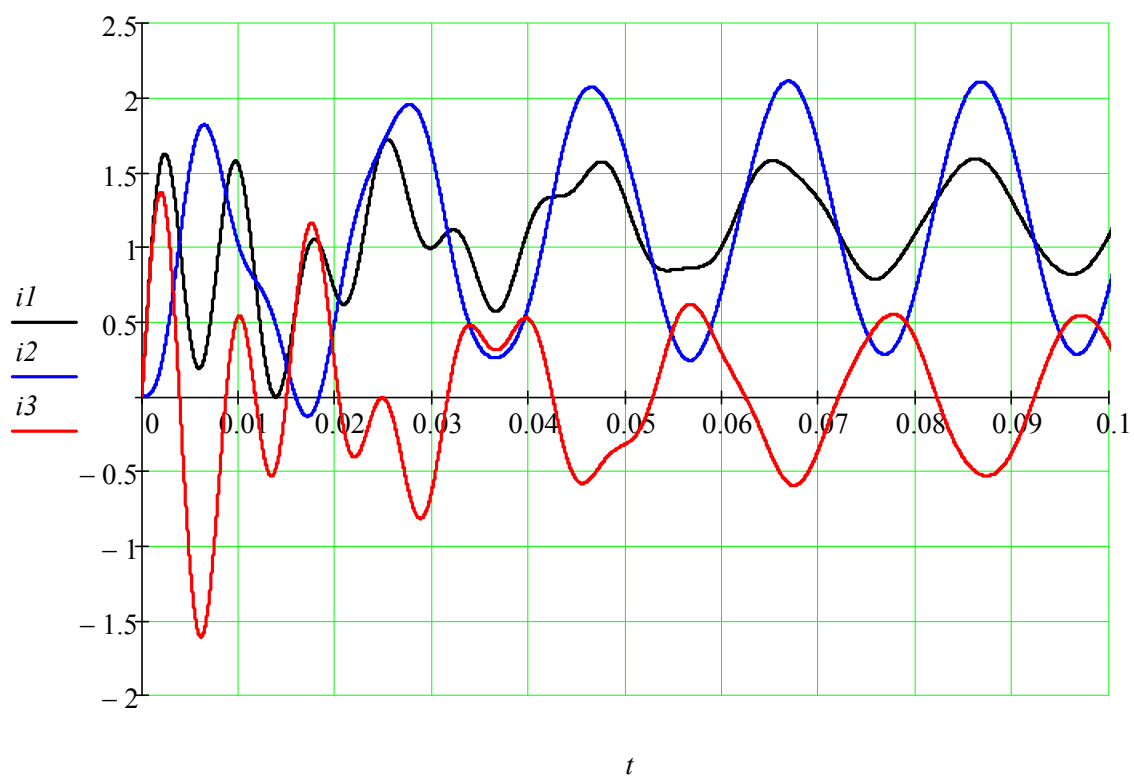
$$t := Z^{(0)} \quad i1 := Z^{(1)} \quad i2 := Z^{(2)} \quad Uc := Z^{(3)} \quad i3 := i1 - i2 \quad Uab := i3 \cdot R3 + Uc$$

4. Определение времени переходного процесса



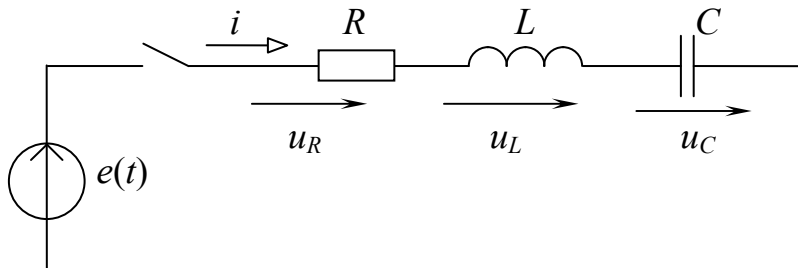
Вывод: время переходного процесса составляет примерно $Tn = 1$ с.

5. Графические диаграммы функций токов



ЗАДАЧА 37.
РАСЧЕТ ПЕРЕХОДНОГО ПРОЦЕССА В ЦЕПИ RLC ПРИ ВОЗДЕЙСТВИИ
НАПРЯЖЕНИЯ ИМПУЛЬСНОЙ ФОРМЫ

1. Схема цепи и параметры элементов



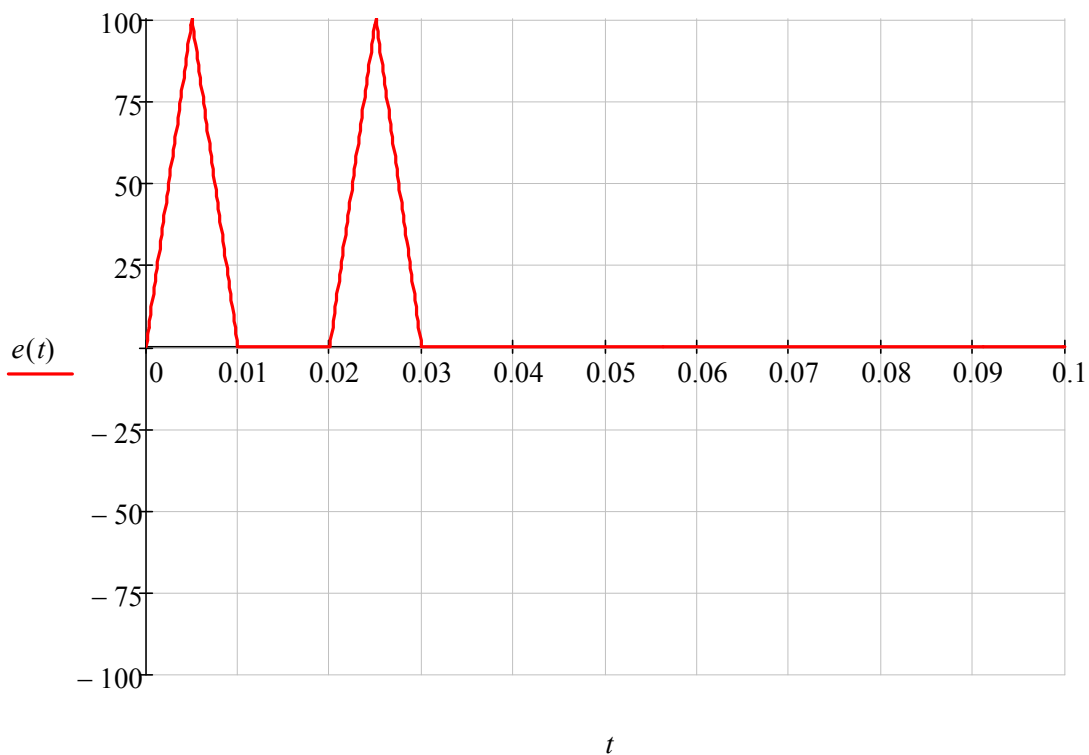
Исходные данные:

$$\underline{R} := 10 \quad \underline{L} := 0.1 \quad \underline{C} := 100 \cdot 10^{-6} \quad f := 50$$

$$tk := (0 \quad .005 \quad .010 \quad .020 \quad .025 \quad .030 \quad .1)^T$$

$$uk := (0 \quad 100 \quad 0 \quad 0 \quad 100 \quad 0 \quad 0)^T$$

$$\underline{e(t)} := \text{linterp}(tk, uk, t)$$



2. Система дифференциальных уравнений и ее решение

$$iL \cdot R + L \frac{d}{dt} iL + U_C = u(t)$$

$$iL = C \left(\frac{d}{dt} U_C \right)$$

$$\frac{d}{dt} iL = \frac{-R}{L} \cdot iL - \frac{1}{L} U_C + u(t)$$

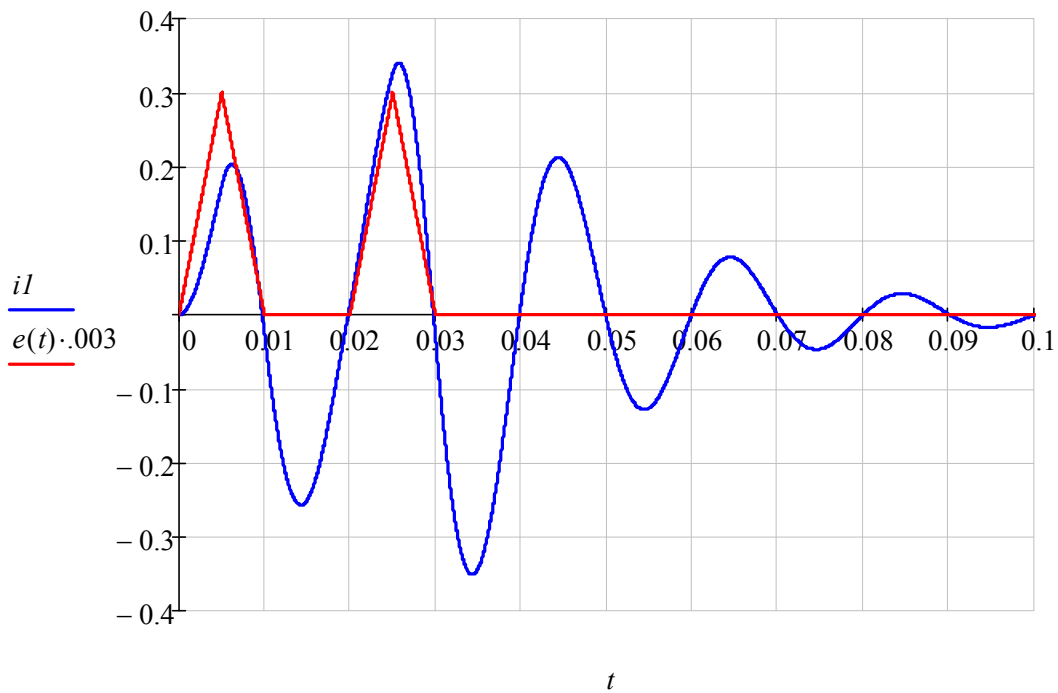
$$\frac{d}{dt} U_C = \frac{1}{C} \cdot iL$$

$$X := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad D(t, X) := \begin{pmatrix} \frac{-R}{L} X_0 + \frac{-1}{L} X_1 + e(t) \\ \frac{1}{C} \cdot X_0 \end{pmatrix}$$

$$F := \text{Rkadapt}(X, 0, 0.2, 10000, D)$$

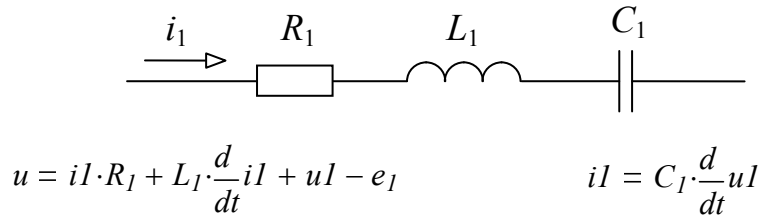
$$t := F^{(0)} \quad iL := F^{(1)} \quad U_C := F^{(2)}$$

$$U_r := iL \cdot R \quad U_L := e(t) - U_r - U_C$$

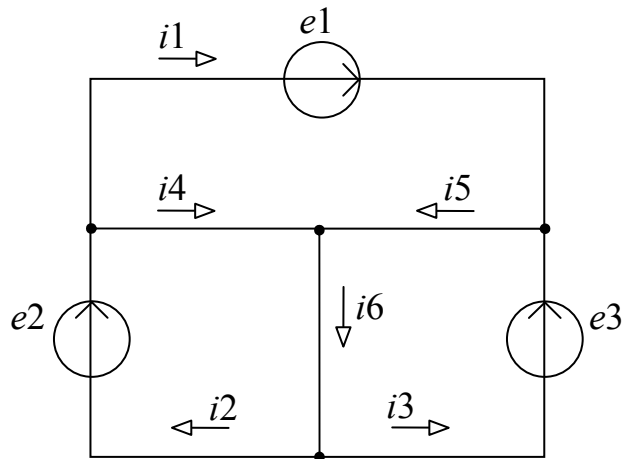


ЗАДАЧА 38. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЙ МЕТОД РАСЧЕТА СЛОЖНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ

1. Схема произвольной ветви и ее потенциальное уравнение



2. Граф-схема сложной электрической цепи



3. Параметры элементов схемы в матричной форме

ORIGIN := 1

$$\begin{aligned}
 \underline{R} &:= \begin{pmatrix} 26 \\ 31 \\ 42 \\ 18 \\ 28 \\ 42 \end{pmatrix} & \underline{L} &:= \begin{pmatrix} 85 \\ 126 \\ 92 \\ 79 \\ 106 \\ 121 \end{pmatrix} \cdot 10^{-3} & \underline{C} &:= \begin{pmatrix} 92 \\ 87 \\ 47 \\ 76 \\ 53 \\ 71 \end{pmatrix} \cdot 10^{-6} \\
 \underline{Em} &:= \begin{pmatrix} 100 \\ 130 \\ 120 \end{pmatrix} & \underline{a} &:= \begin{pmatrix} 10 \\ 150 \\ -40 \end{pmatrix} \cdot \text{deg} & f &:= 50 & \omega &:= 2\pi f & \underline{T} &:= \frac{1}{f}
 \end{aligned}$$

$$e1(t) := Em_1 \cdot \sin(\omega \cdot t + a_1) \quad e2(t) := Em_2 \cdot \sin(\omega \cdot t + a_2) \quad e3(t) := Em_3 \cdot \sin(\omega \cdot t + a_3)$$

3. Система дифференциальных уравнений по законам Кирхгофа

$$i1 \cdot R_1 + L_1 \cdot \frac{d}{dt} i1 + u1 + u5 + L_5 \cdot \frac{d}{dt} i5 + i5 \cdot R_5 - i4 \cdot R_4 - L_4 \cdot \frac{d}{dt} i4 - u4 = e1(t)$$

$$i2 \cdot R_2 + L_2 \cdot \frac{d}{dt} i2 + u2 + i4 \cdot R_4 + L_4 \cdot \frac{d}{dt} i4 + u4 + i6 \cdot R_6 + L_6 \cdot \frac{d}{dt} i6 + u6 = e2(t)$$

$$i3 \cdot R_3 + L_3 \cdot \frac{d}{dt} i3 + u3 + i5 \cdot R_5 + L_5 \cdot \frac{d}{dt} i5 + u5 + i6 \cdot R_6 + L_6 \cdot \frac{d}{dt} i6 + u6 = e3(t)$$

$$\frac{d}{dt} i1 - \frac{d}{dt} i2 + \frac{d}{dt} i4 = 0$$

$$\frac{d}{dt} i1 + \frac{d}{dt} i3 - \frac{d}{dt} i5 = 0$$

$$\frac{d}{dt} i2 + \frac{d}{dt} i3 - \frac{d}{dt} i6 = 0$$

4. Приведение системы дифференциальных уравнений к форме Коши

4.1. Вводим обозначения

$$S1 = e1(t) - u1 - i1 \cdot R_1 - u5 - i5 \cdot R_5 + i4 \cdot R_4 + u4$$

$$S2 = e2(t) - u2 - i2 \cdot R_2 - u4 - i4 \cdot R_4 - i6 \cdot R_6 - u6$$

$$S3 = e3(t) - u3 - i3 \cdot R_3 - u5 - i5 \cdot R_5 - i6 \cdot R_6 - u6$$

$$L_1 \cdot \frac{d}{dt} i1 - L_4 \cdot \frac{d}{dt} i4 + L_5 \cdot \frac{d}{dt} i5 = S1$$

$$L_2 \cdot \frac{d}{dt} i2 + L_4 \cdot \frac{d}{dt} i4 + L_6 \cdot \frac{d}{dt} i6 = S2$$

$$L_3 \cdot \frac{d}{dt} i3 + L_5 \cdot \frac{d}{dt} i5 + L_6 \cdot \frac{d}{dt} i6 = S3$$

$$\frac{d}{dt} i1 - \frac{d}{dt} i2 + \frac{d}{dt} i4 = 0$$

$$\frac{d}{dt} i1 + \frac{d}{dt} i3 - \frac{d}{dt} i5 = 0$$

$$\frac{d}{dt} i2 + \frac{d}{dt} i3 - \frac{d}{dt} i6 = 0$$

4.2. Решение методом Крамера

$$D := \left| \begin{pmatrix} L_1 & 0 & 0 & -L_4 & L_5 & 0 \\ 0 & L_2 & 0 & L_4 & 0 & L_6 \\ 0 & 0 & L_3 & 0 & L_5 & L_6 \\ 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \right| = 0.016$$

$$D1 = \left| \begin{pmatrix} S1 & 0 & 0 & -L_4 & L_5 & 0 \\ S2 & L_2 & 0 & L_4 & 0 & L_6 \\ S3 & 0 & L_3 & 0 & L_5 & L_6 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \right| \rightarrow D1 = \frac{89353 \cdot S1}{1000000} + \frac{38027 \cdot S2}{1000000} - \frac{8823 \cdot S3}{200000}$$

$$D2 = \left| \begin{pmatrix} L_1 & S1 & 0 & -L_4 & L_5 & 0 \\ 0 & S2 & 0 & L_4 & 0 & L_6 \\ 0 & S3 & L_3 & 0 & L_5 & L_6 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \right| \rightarrow D2 = \frac{38027 \cdot S1}{1000000} + \frac{37447 \cdot S2}{500000} - \frac{10261 \cdot S3}{250000}$$

$$D3 = \left| \begin{pmatrix} L_1 & 0 & S1 & -L_4 & L_5 & 0 \\ 0 & L_2 & S2 & L_4 & 0 & L_6 \\ 0 & 0 & S3 & 0 & L_5 & L_6 \\ 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \right| \rightarrow D3 = \frac{81779 \cdot S3}{1000000} - \frac{10261 \cdot S2}{250000} - \frac{8823 \cdot S1}{200000}$$

$$D4 = \left| \begin{pmatrix} L_1 & 0 & 0 & S1 & L_5 & 0 \\ 0 & L_2 & 0 & S2 & 0 & L_6 \\ 0 & 0 & L_3 & S3 & L_5 & L_6 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \right| \rightarrow D4 = \frac{9381 \cdot S2}{500000} - \frac{3339 \cdot S1}{250000} + \frac{3339 \cdot S3}{250000}$$

$$D5 = \left| \begin{pmatrix} L_1 & 0 & 0 & -L_4 & S1 & 0 \\ 0 & L_2 & 0 & L_4 & S2 & L_6 \\ 0 & 0 & L_3 & 0 & S3 & L_6 \\ 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \right| \rightarrow D5 = \frac{22619 \cdot S1}{500000} - \frac{3017 \cdot S2}{1000000} + \frac{1177 \cdot S3}{31250}$$

$$D6 = \left| \begin{pmatrix} L_1 & 0 & 0 & -L_4 & L_5 & S1 \\ 0 & L_2 & 0 & L_4 & 0 & S2 \\ 0 & 0 & L_3 & 0 & L_5 & S3 \\ 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \right| \rightarrow D6 = \frac{677 \cdot S2}{20000} - \frac{761 \cdot S1}{125000} + \frac{8147 \cdot S3}{200000}$$

4.3. Система дифференциальных уравнений в форме Коши

$$\frac{d}{dt}i1 = \frac{1}{D} \cdot DI = \frac{1}{D} \cdot \left[\frac{89353(e1(t) - u1 - i1 \cdot R_1 - u5 - i5 \cdot R_5 + i4 \cdot R_4 + u4)}{1000000} + \frac{38027(e2(t) - u2 - i2 \cdot R_2 - u4 - i4 \cdot R_4 - i6 \cdot R_6 - u6)}{1000000} - \frac{8823(e3(t) - u3 - i3 \cdot R_3 - u5 - i5 \cdot R_5 - i6 \cdot R_6 - u6)}{200000} \right]$$

$$\frac{d}{dt}i2 = \frac{1}{D} \cdot D2 = \frac{1}{D} \cdot \left[\frac{38027(e1(t) - u1 - i1 \cdot R_1 - u5 - i5 \cdot R_5 + i4 \cdot R_4 + u4)}{1000000} + \frac{37447(e2(t) - u2 - i2 \cdot R_2 - u4 - i4 \cdot R_4 - i6 \cdot R_6 - u6)}{500000} - \frac{10261(e3(t) - u3 - i3 \cdot R_3 - u5 - i5 \cdot R_5 - i6 \cdot R_6 - u6)}{250000} \right]$$

$$\frac{d}{dt}i3 = \frac{1}{D} \cdot D3 = \frac{1}{D} \cdot \left[\frac{81779(e3(t) - u3 - i3 \cdot R_3 - u5 - i5 \cdot R_5 - i6 \cdot R_6 - u6)}{1000000} - \frac{10261(e2(t) - u2 - i2 \cdot R_2 - u4 - i4 \cdot R_4 - i6 \cdot R_6 - u6)}{250000} - \frac{8823(e1(t) - u1 - i1 \cdot R_1 - u5 - i5 \cdot R_5 + i4 \cdot R_4 + u4)}{200000} \right]$$

$$\frac{d}{dt}i4 = \frac{1}{D} \cdot D4 = \frac{1}{D} \cdot \left[\frac{9381(e2(t) - u2 - i2 \cdot R_2 - u4 - i4 \cdot R_4 - i6 \cdot R_6 - u6)}{500000} - \frac{3339(e1(t) - u1 - i1 \cdot R_1 - u5 - i5 \cdot R_5 + i4 \cdot R_4 + u4)}{250000} + \frac{3339(e3(t) - u3 - i3 \cdot R_3 - u5 - i5 \cdot R_5 - i6 \cdot R_6 - u6)}{250000} \right]$$

$$\frac{d}{dt}i5 = \frac{1}{D} \cdot D5 = \frac{1}{D} \cdot \left[\frac{22619(e1(t) - u1 - i1 \cdot R_1 - u5 - i5 \cdot R_5 + i4 \cdot R_4 + u4)}{500000} - \frac{3017(e2(t) - u2 - i2 \cdot R_2 - u4 - i4 \cdot R_4 - i6 \cdot R_6 - u6)}{1000000} + \frac{1177(e3(t) - u3 - i3 \cdot R_3 - u5 - i5 \cdot R_5 - i6 \cdot R_6 - u6)}{31250} \right]$$

$$\frac{d}{dt}i6 = \frac{1}{D} \cdot D6 = \frac{1}{D} \cdot \left[\frac{677(e2(t) - u2 - i2 \cdot R_2 - u4 - i4 \cdot R_4 - i6 \cdot R_6 - u6)}{20000} - \frac{761(e1(t) - u1 - i1 \cdot R_1 - u5 - i5 \cdot R_5 + i4 \cdot R_4 + u4)}{125000} + \frac{8147(e3(t) - u3 - i3 \cdot R_3 - u5 - i5 \cdot R_5 - i6 \cdot R_6 - u6)}{200000} \right]$$

$$\frac{d}{dt}u1 = \frac{1}{C_1} \cdot i1$$

$$\frac{d}{dt}u2 = \frac{1}{C_2} \cdot i2$$

$$\frac{d}{dt}u3 = \frac{1}{C_3} \cdot i3$$

$$\frac{d}{dt}u4 = \frac{1}{C_4} \cdot i4$$

$$\frac{d}{dt}u5 = \frac{1}{C_5} \cdot i5$$

$$\frac{d}{dt}u6 = \frac{1}{C_6} \cdot i6$$

5. Решение системы дифференциальных уравнений по программе *rkfixed*

$$\begin{array}{llllll} i1 = X_1 & i2 = X_2 & i3 = X_3 & i4 = X_4 & i5 = X_5 & i6 = X_6 \\ u1 = X_7 & u2 = X_8 & u3 = X_9 & u4 = X_{10} & u5 = X_{11} & u6 = X_{12} \end{array}$$

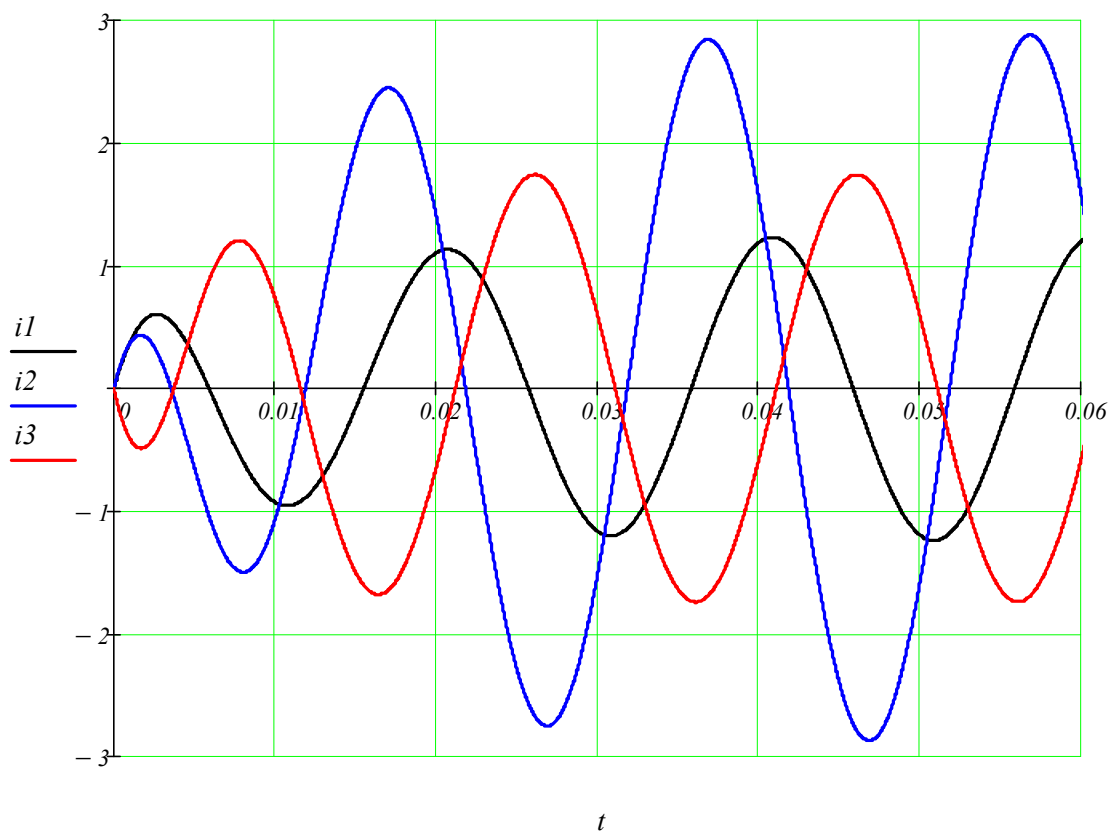
$$B(t, X) := \begin{bmatrix} NU := (0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0)^T \\ \frac{1}{D} \left[\frac{89353(e1(t) - X_7 - X_1 \cdot R_1 - X_{11} - X_5 \cdot R_5 + X_4 \cdot R_4 + X_{10})}{1000000} + \frac{38027(e2(t) - X_8 - X_2 \cdot R_2 - X_{10} - X_4 \cdot R_4 - X_6 \cdot R_6 - X_{12})}{1000000} - \frac{8823(e3(t) - X_9 - X_3 \cdot R_3 - X_{11} - X_5 \cdot R_5 - X_6 \cdot R_6 - X_{12})}{200000} \right] \\ \frac{1}{D} \left[\frac{38027(e1(t) - X_7 - X_1 \cdot R_1 - X_{11} - X_5 \cdot R_5 + X_4 \cdot R_4 + X_{10})}{1000000} + \frac{37447(e2(t) - X_8 - X_2 \cdot R_2 - X_{10} - X_4 \cdot R_4 - X_6 \cdot R_6 - X_{12})}{500000} - \frac{10261(e3(t) - X_9 - X_3 \cdot R_3 - X_{11} - X_5 \cdot R_5 - X_6 \cdot R_6 - X_{12})}{250000} \right] \\ \frac{1}{D} \left[\frac{81779(e3(t) - X_9 - X_3 \cdot R_3 - X_{11} - X_5 \cdot R_5 - X_6 \cdot R_6 - X_{12})}{1000000} - \frac{10261(e2(t) - X_8 - X_2 \cdot R_2 - X_{10} - X_4 \cdot R_4 - X_6 \cdot R_6 - X_{12})}{250000} - \frac{8823(e1(t) - X_7 - X_1 \cdot R_1 - X_{11} - X_5 \cdot R_5 + X_4 \cdot R_4 + X_{10})}{200000} \right] \\ \frac{1}{D} \left[\frac{9381(e2(t) - X_8 - X_2 \cdot R_2 - X_{10} - X_4 \cdot R_4 - X_6 \cdot R_6 - X_{12})}{500000} - \frac{3339(e1(t) - X_7 - X_1 \cdot R_1 - X_{11} - X_5 \cdot R_5 + X_4 \cdot R_4 + X_{10})}{250000} + \frac{3339(e3(t) - X_9 - X_3 \cdot R_3 - X_{11} - X_5 \cdot R_5 - X_6 \cdot R_6 - X_{12})}{250000} \right] \\ \frac{1}{D} \left[\frac{22619(e1(t) - X_7 - X_1 \cdot R_1 - X_{11} - X_5 \cdot R_5 + X_4 \cdot R_4 + X_{10})}{500000} - \frac{3017(e2(t) - X_8 - X_2 \cdot R_2 - X_{10} - X_4 \cdot R_4 - X_6 \cdot R_6 - X_{12})}{1000000} + \frac{1177(e3(t) - X_9 - X_3 \cdot R_3 - X_{11} - X_5 \cdot R_5 - X_6 \cdot R_6 - X_{12})}{31250} \right] \\ \frac{1}{D} \left[\frac{677(e2(t) - X_8 - X_2 \cdot R_2 - X_{10} - X_4 \cdot R_4 - X_6 \cdot R_6 - X_{12})}{20000} - \frac{761(e1(t) - X_7 - X_1 \cdot R_1 - X_{11} - X_5 \cdot R_5 + X_4 \cdot R_4 + X_{10})}{125000} + \frac{8147(e3(t) - X_9 - X_3 \cdot R_3 - X_{11} - X_5 \cdot R_5 - X_6 \cdot R_6 - X_{12})}{200000} \right] \\ \frac{1}{C_1} \cdot X_1 \\ \frac{1}{C_2} \cdot X_2 \\ \frac{1}{C_3} \cdot X_3 \\ \frac{1}{C_4} \cdot X_4 \\ \frac{1}{C_5} \cdot X_5 \\ \frac{1}{C_6} \cdot X_6 \end{bmatrix}$$

$$Z := rkfixed(NU, 0, .1, 5000, B)$$

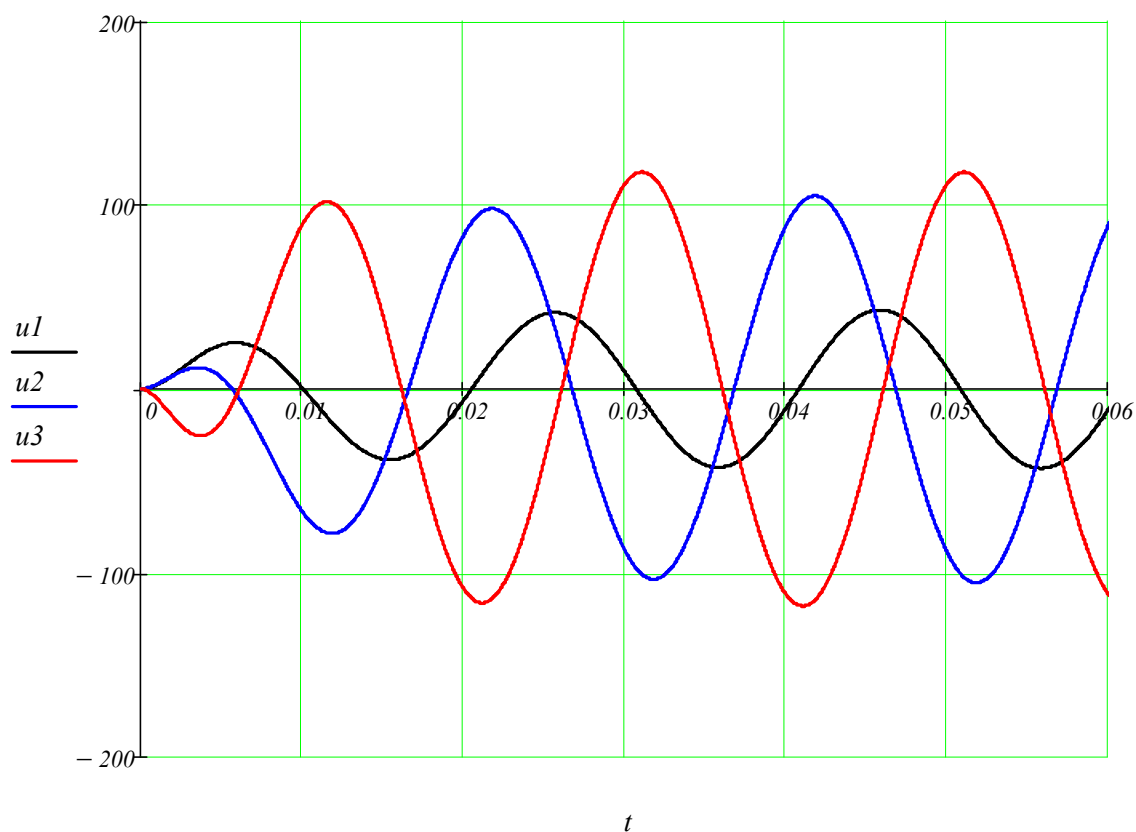
$$t := Z^{(1)} \quad i1 := Z^{(2)} \quad i2 := Z^{(3)} \quad i3 := Z^{(4)} \quad i4 := Z^{(5)} \quad i5 := Z^{(6)} \quad i6 := Z^{(7)}$$

$$u1 := Z^{(8)} \quad u2 := Z^{(9)} \quad u3 := Z^{(10)} \quad u4 := Z^{(11)} \quad u5 := Z^{(12)} \quad u6 := Z^{(13)}$$

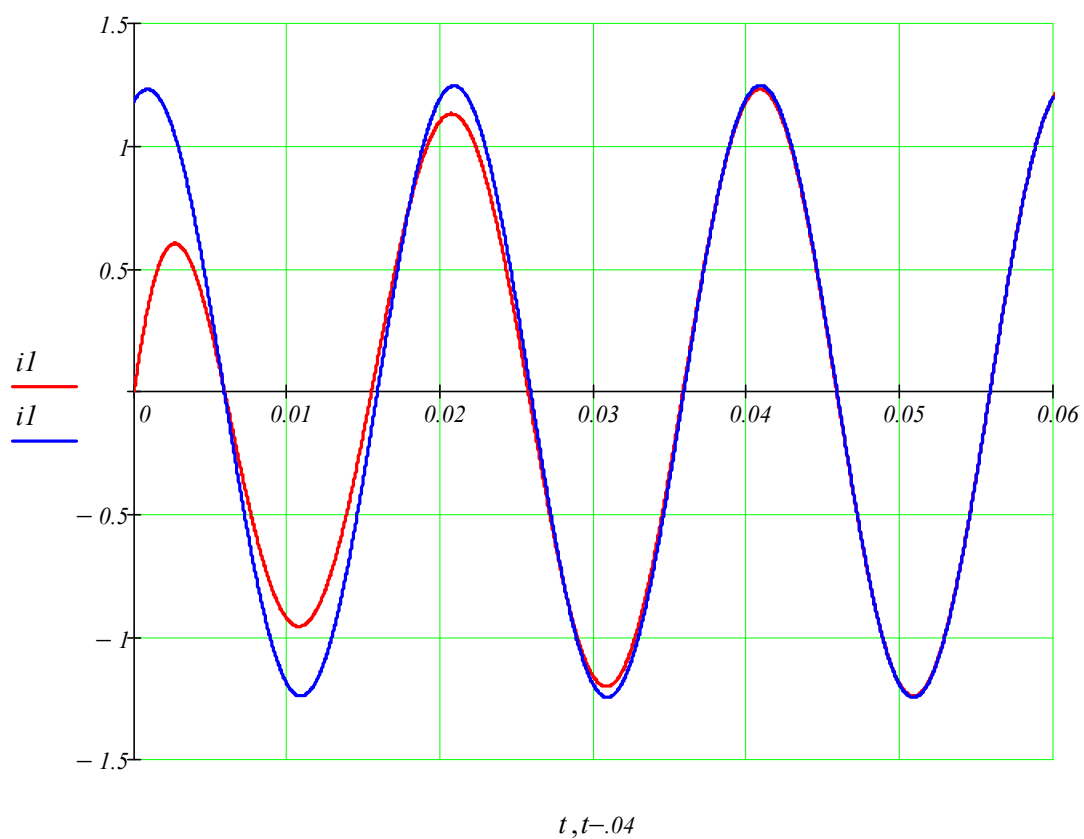
5. Графические диаграммы токов в переходном режиме



6. Графические диаграммы напряжений в переходном режиме



7. Определение времени переходного процесса



Вывод: продолжительность переходного процесса составляет 2 периода.

7. Обработка результатов расчета для 3-го периода

$$N := 3000$$

7.1. Действующие значения токов и напряжений

$$I_{I1} := \sqrt{\frac{1}{1000} \cdot \sum_{i=2001}^N (iI_i)^2} = 0.876$$

$$U_{I1} := \sqrt{\frac{1}{1000} \cdot \sum_{i=2001}^N (uI_i)^2} = 30.434$$

$$I_2 := \sqrt{\frac{1}{1000} \cdot \sum_{i=2001}^N (i2_i)^2} = 2.033$$

$$U_2 := \sqrt{\frac{1}{1000} \cdot \sum_{i=2001}^N (u2_i)^2} = 74.352$$

$$I_3 := \sqrt{\frac{1}{1000} \cdot \sum_{i=2001}^N (i3_i)^2} = 1.23$$

$$U_3 := \sqrt{\frac{1}{1000} \cdot \sum_{i=2001}^N (u3_i)^2} = 83.336$$

$$I_4 := \sqrt{\frac{1}{1000} \cdot \sum_{i=2001}^N (i4_i)^2} = 0.662$$

$$U_4 := \sqrt{\frac{1}{1000} \cdot \sum_{i=2001}^N (u4_i)^2} = 27.677$$

$$I_5 := \sqrt{\frac{1}{1000} \cdot \sum_{i=2001}^N (i5_i)^2} = 1.458$$

$$U_5 := \sqrt{\frac{1}{1000} \cdot \sum_{i=2001}^N (u5_i)^2} = 87.608$$

$$I_6 := \sqrt{\frac{1}{1000} \cdot \sum_{i=2001}^N (i6_i)^2} = 0.886$$

$$U_6 := \sqrt{\frac{1}{1000} \cdot \sum_{i=2001}^N (u6_i)^2} = 39.686$$

$$E1 := \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_0^T e1(t)^2 dt} = 70.711$$

$$E2 := \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_0^T e2(t)^2 dt} = 91.924$$

$$E3 := \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_0^T e3(t)^2 dt} = 84.853$$

7.2. Гармонический анализ функций токов и напряжений

$$\omega := 2\pi f \quad j := \sqrt{-1}$$

$$BI := \frac{2}{1000} \cdot \sum_{i=2001}^N (iI_i \cdot \sin(\omega \cdot t_i)) = 0.339$$

$$CI := \frac{2}{1000} \cdot \sum_{i=2001}^N (iI_i \cdot \cos(\omega \cdot t_i)) = 1.191$$

$$Im_I := BI + j \cdot CI \quad |Im_I| = 1.238 \quad \psi_{I_I} := \arg(Im_I) = 74.107 \cdot \text{deg}$$

$$igI(t) := |Im_I| \cdot \sin(\omega \cdot t + \psi_{I_I})$$

$$DI := \frac{2}{1000} \cdot \sum_{i=2001}^N (uI_i \cdot \sin(\omega \cdot t_i)) = 41.41$$

$$FI := \frac{2}{1000} \cdot \sum_{i=2001}^N (uI_i \cdot \cos(\omega \cdot t_i)) = -11.733$$

$$Um_I := DI + j \cdot FI \quad |Um_I| = 43.04 \quad \psi_{u_I} := \arg(Um_I) = -15.819 \cdot \text{deg}$$

$$ugI(t) := (|Um_I| \cdot \sin(\omega \cdot t + \psi_{u_I}))$$

7.3. Мощность источников и приемников

$$Pe1 := \frac{1}{1000} \cdot \sum_{i=2001}^N (e1(t)_i \cdot i1_i) = 27.039$$

$$Pe2 := \frac{1}{1000} \cdot \sum_{i=2001}^N (e2(t)_i \cdot i2_i) = 186.475$$

$$Pe3 := \frac{1}{1000} \cdot \sum_{i=2001}^N (e3(t)_i \cdot i3_i) = 98.139$$

$$P1 := \frac{1}{1000} \cdot \sum_{i=2001}^N [R_1 \cdot (i1_i)^2] = 19.936$$

$$P2 := \frac{1}{1000} \cdot \sum_{i=2001}^N [R_2 \cdot (i2_i)^2] = 128.109$$

$$P3 := \frac{1}{1000} \cdot \sum_{i=2001}^N [R_3 \cdot (i3_i)^2] = 63.585$$

$$P4 := \frac{1}{1000} \cdot \sum_{i=2001}^N [R_4 \cdot (i4_i)^2] = 7.877$$

$$P5 := \frac{1}{1000} \cdot \sum_{i=2001}^N [R_5 \cdot (i5_i)^2] = 59.488$$

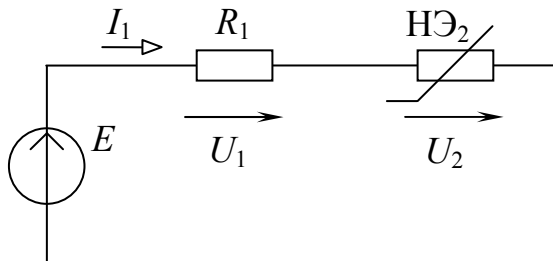
$$P6 := \frac{1}{1000} \cdot \sum_{i=2001}^N [R_6 \cdot (i6_i)^2] = 32.998$$

$$Pe := Pe1 + Pe2 + Pe3 = 311.653$$

$$Pn := P1 + P2 + P3 + P4 + P5 + P6 = 311.993$$

ЗАДАЧА 39. РАСЧЕТ ПРОСТОЙ НЕЛИНЕЙНОЙ ЦЕПИ ПОСТОЯННОГО ТОКА

1. Схема цепи и параметры элементов



$$E := 140$$

$$R1 := 50$$

Вольтамперная характеристика нелинейного элемента задана в виде таблицы координат точек. Представляем ВАХ в матричной форме

$$Uk := (0 \ 10 \ 24 \ 36 \ 49 \ 64 \ 81 \ 100 \ 121 \ 144)^T$$

$$Ik := (0 \ .3 \ .5 \ .6 \ .7 \ .8 \ .9 \ 1.0 \ 1.1 \ 1.2)^T$$

2. 1-ый вариант решения

Нелинейная ВАХ $I(U)$ аппроксимируется кубическими сплайнами

$$s1 := cspline(Uk, Ik) \quad \underline{II}(U2) := interp(s1, Uk, Ik, U2)$$

Нелинейное уравнение Кирхгофа решается по программе *Given..Find..*

$$U2 := 1 \quad \text{Given} \quad II(U2) \cdot R1 + U2 = E$$

$$\underline{U2} := Find(U2) = 92.032$$

$$II(U2) = 0.959 \quad U1 := II(U2) \cdot R1 = 47.968$$

3. 2-ой вариант решения

Нелинейная ВАХ $U(I)$ аппроксимируется кубическими сплайнами

$$s2 := \text{cspline}(Ik, Uk) \quad \underline{U2(I2)} := \text{interp}(s2, Ik, Uk, I2)$$

Нелинейное уравнение Кирхгофа решается по программе *Given..Find..*

$$I2 := 1 \quad \text{Given} \quad I2 \cdot R1 + U2(I2) = E$$

$$\underline{I2} := \text{Find}(I2) = 0.959 \quad U2(I2) = 92.033 \quad \underline{U1} := R1 \cdot I2 = 47.967$$

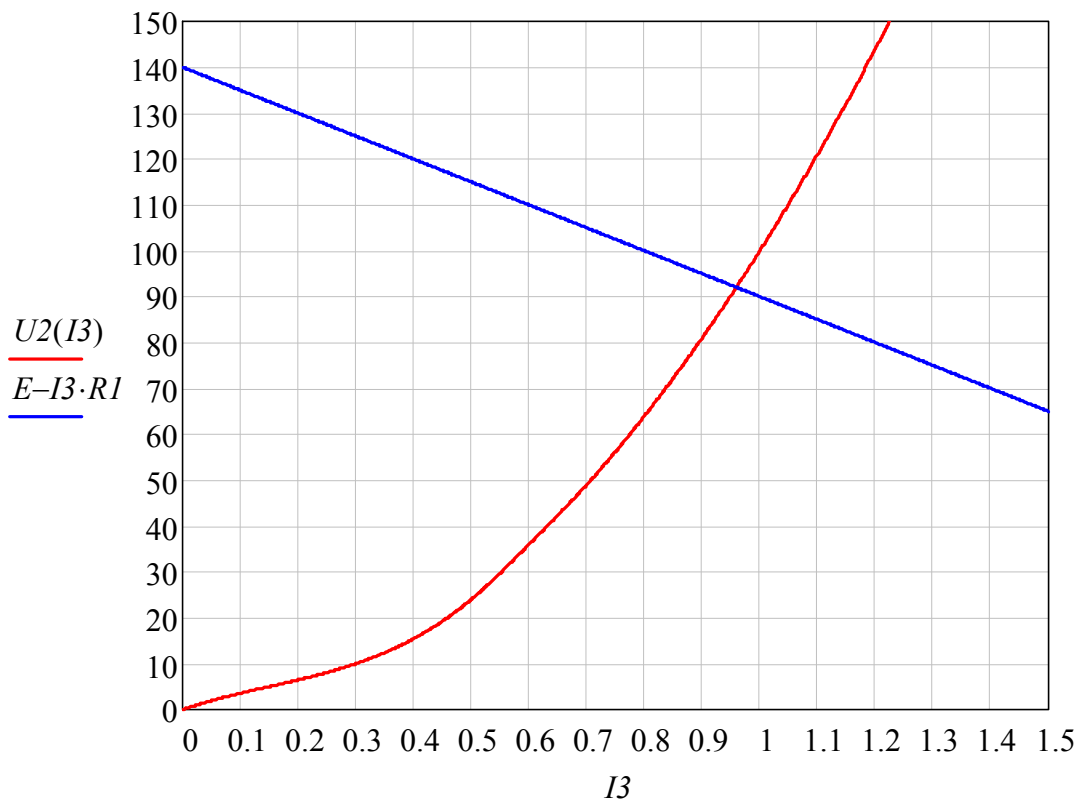
4. 3-ий вариант – графическое решение

Нелинейная ВАХ $U(I)$ аппроксимируется кубическими сплайнами

$$s3 := \text{cspline}(Ik, Uk) \quad \underline{U2(I3)} := \text{interp}(s3, Ik, Uk, I3)$$

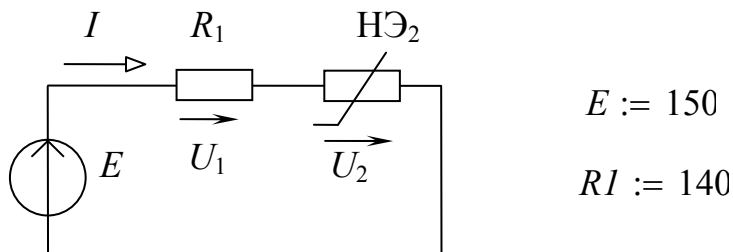
$$U2(I3) = E - I3 \cdot R1$$

В соответствии с уравнением Кирхгофа в одном масштабе строятся две графические диаграммы, представляющие выражения слева и справа от знака равенства. Решению задачи соответствует точка пересечения двух диаграмм.



ЗАДАЧА 40. РАСЧЕТ ПРОСТОЙ НЕЛИНЕЙНОЙ ЦЕПИ ПОСТОЯННОГО ТОКА

1. Схема цепи и параметры элементов



Вольтамперная характеристика нелинейного элемента задана в виде таблицы координат точек. Представляем ВАХ в матричной форме

$$Uk := (0 \ 2 \ 20 \ 40 \ 50 \ 60 \ 80 \ 100 \ 120 \ 150)^T$$

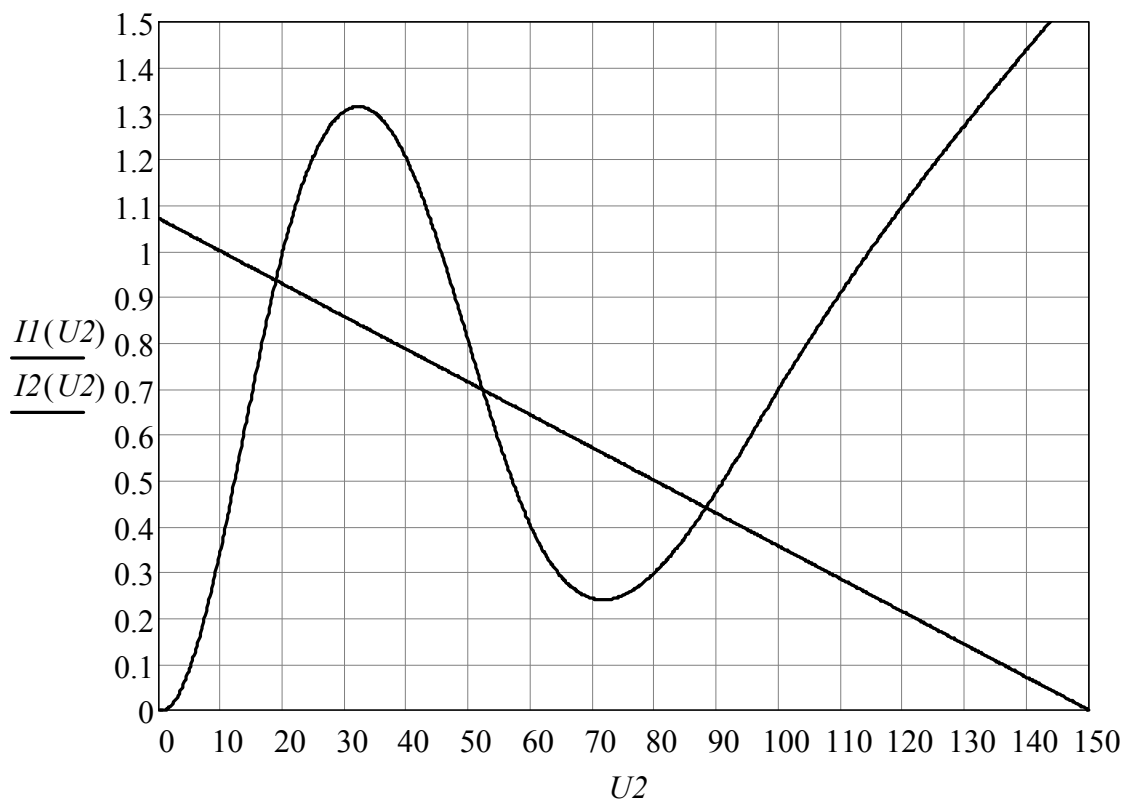
$$Ik := (0 \ .01 \ 1.0 \ 1.2 \ .8 \ .4 \ .3 \ .7 \ 1.1 \ 1.6)^T$$

2. Графический метод решения

Нелинейная ВАХ $I(U)$ аппроксимируется кубическими сплайнами

$$s1 := cspline(Uk, Ik) \qquad I2(U2) := interp(s1, Uk, Ik, U2)$$

$$I_{II}(U2) := \frac{E - U2}{R1} \qquad I2(U2) = \frac{E - U2}{R1}$$



3. Аналитический метод решения

Нелинейное уравнение Кирхгофа решается по программе *Given...Find*.

$$U2 := 10 \quad \text{Given} \quad I1(U2) \cdot R1 + U2 = E$$

$$\underline{U2} := \text{Find}(U2) = 0 \quad I1(U2) = 1.071 \quad U1 := I1(U2) \cdot R1 = 150$$

$$\underline{U2} := 50 \quad \text{Given} \quad I1(U2) \cdot R1 + U2 = E$$

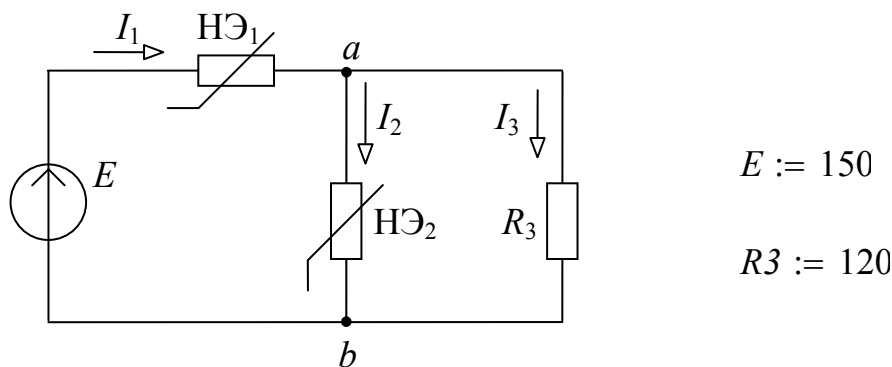
$$\underline{U2} := \text{Find}(U2) = 0 \quad I1(U2) = 1.071 \quad \underline{U1} := I1(U2) \cdot R1 = 150$$

$$\underline{U2} := 100 \quad \text{Given} \quad I1(U2) \cdot R1 + U2 = E$$

$$\underline{U2} := \text{Find}(U2) = 0 \quad I1(U2) = 1.071 \quad \underline{U1} := I1(U2) \cdot R1 = 150$$

ЗАДАЧА 41. РАСЧЕТ СЛОЖНОЙ НЕЛИНЕЙНОЙ ЦЕПИ 1 ПОСТОЯННОГО ТОКА

1. Схема цепи и параметры элементов



Вольтамперные характеристики (ВАХ) нелинейных элементов заданы в виде таблиц координат точек (таблично), которые представляем в матричной форме.

Для НЭ1:

$$U1k := (0 \ 20 \ 30 \ 40 \ 50 \ 60 \ 70 \ 80 \ 90 \ 95)^T$$

$$I1k := (0 \ .03 \ .06 \ .12 \ .23 \ .39 \ .61 \ 0.95 \ 1.56 \ 2.58)^T$$

Для НЭ2:

$$U2k := (0 \ 11 \ 27 \ 39 \ 55 \ 74 \ 95 \ 125 \ 165 \ 210)^T$$

$$I2k := (0 \ .3 \ .5 \ .6 \ .7 \ .8 \ .9 \ 1.0 \ 1.1 \ 1.2)^T$$

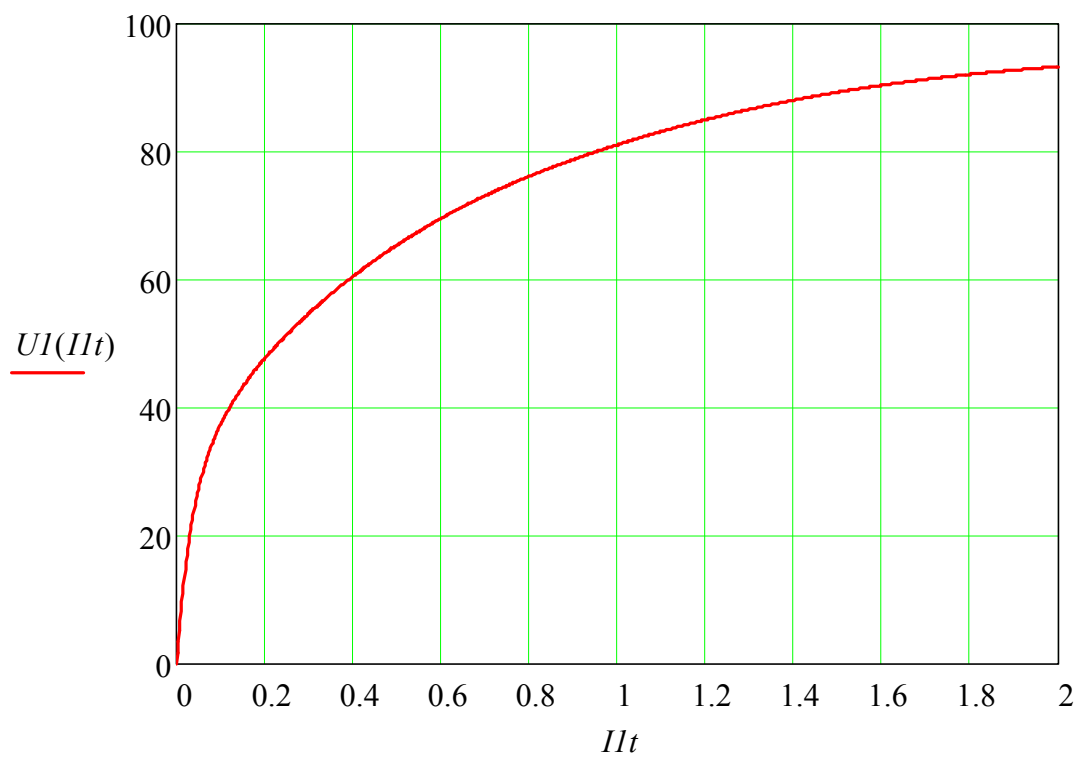
2. Аппроксимация ВАХ нелинейных элементов

Выполняем аппроксимацию ВАХ нелинейных элементов по форме $I(U)$ или $U(I)$ в зависимости от их применения в уравнениях Кирхгофа

Для НЭ1:

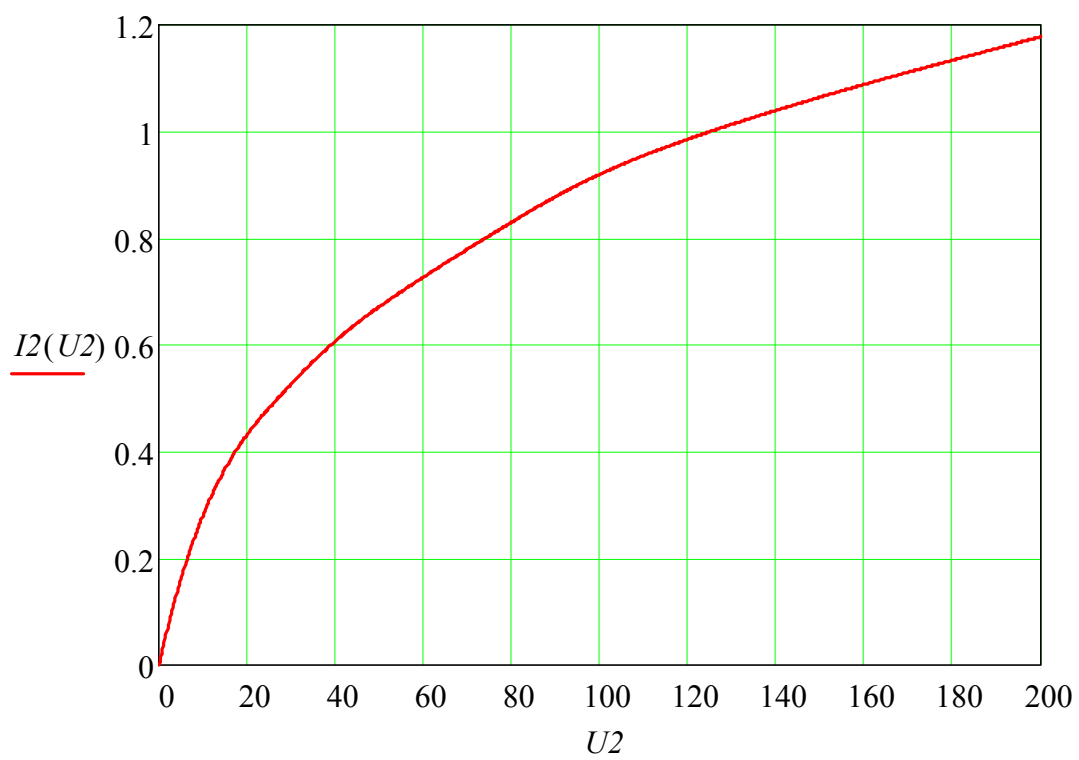
$$s1 := cspline(I1k, U1k)$$

$$U1(I1t) := interp(s1, I1k, U1k, I1t)$$



Для НЭ2:

$$s2 := cspline(U2k, I2k) \quad I2(U2) := interp(s2, U2k, I2k, U2)$$



3. Решение системы нелинейных уравнений

Система нелинейных уравнений Кирхгофа решается по программе *Given...Find*:

$$I_{lt} := 1 \qquad I_3 := 1 \qquad U_2 := 6$$

$$\text{Given} \qquad I_{lt} - I_2(U_2) - I_3 = 0$$

$$U_1(I_{lt}) + I_3 \cdot R_3 = E$$

$$U_1(I_{lt}) + U_2 = E$$

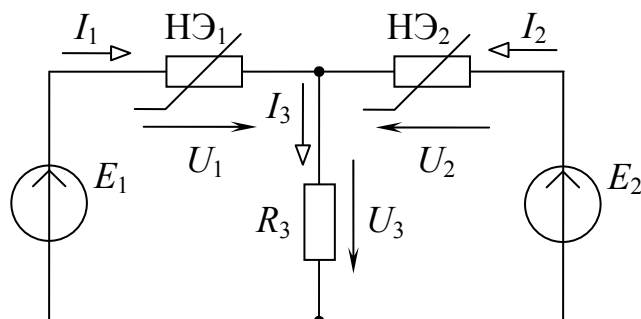
$$\begin{pmatrix} I_{lt} \\ I_3 \\ U_2 \end{pmatrix} := \text{Find}(I_{lt}, I_3, U_2) = \begin{pmatrix} 1.277 \\ 0.531 \\ 63.689 \end{pmatrix}$$

$$I_{lt} = 1.277 \qquad I_2(U_2) = 0.747 \qquad I_3 = 0.531$$

$$U_1(I_{lt}) = 86.311 \qquad U_3 := U_2 = 63.689$$

ЗАДАЧА 42. РАСЧЕТ СЛОЖНОЙ НЕЛИНЕЙНОЙ ЦЕПИ 2 ПОСТОЯННОГО ТОКА

1. Схема цепи и параметры элементов



$$E1 := 180 \quad E2 := 150 \quad R3 := 40$$

2. Аппроксимация ВАХ нелинейного элемента НЭ1 производится уравнением степенного полинома вида $U = a \cdot I + b \cdot I^n$. Коэффициенты аппроксимации определяются по методу выбранных точек.

$$Ulk := (0 \ 10 \ 20 \ 30 \ 40 \ 50 \ 70 \ 90 \ 100 \ 140)^T$$

$$Ilk := (0 \ .38 \ .58 \ .70 \ .78 \ .84 \ .92 \ .98 \ 1.01 \ 1.10)^T$$

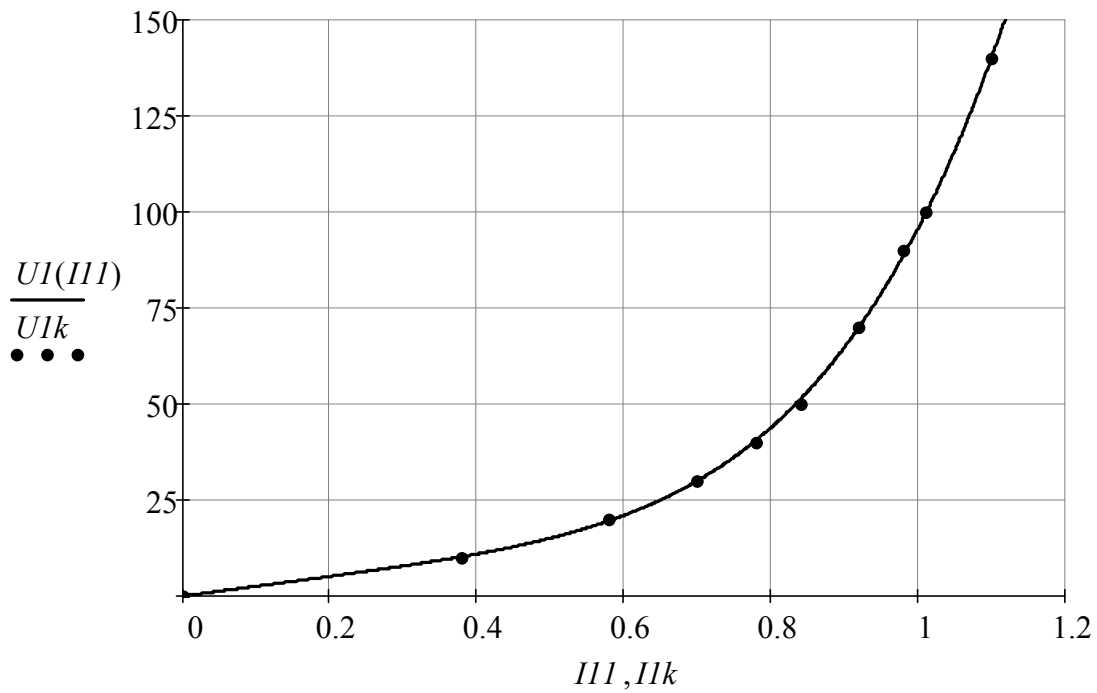
$$a := 1 \quad b := 1 \quad n := 2$$

$$\text{Given} \quad Ulk_3 = a \cdot Ilk_3 + b \cdot (Ilk_3)^n$$

$$Ulk_6 = a \cdot Ilk_6 + b \cdot (Ilk_6)^n$$

$$Ulk_9 = a \cdot Ilk_9 + b \cdot (Ilk_9)^n$$

$$\begin{pmatrix} a \\ b \\ n \end{pmatrix} := \text{Find}(a, b, n) = \begin{pmatrix} 25.475 \\ 70.123 \\ 4.911 \end{pmatrix} \quad UI(III) := a \cdot III + b \cdot III^n$$

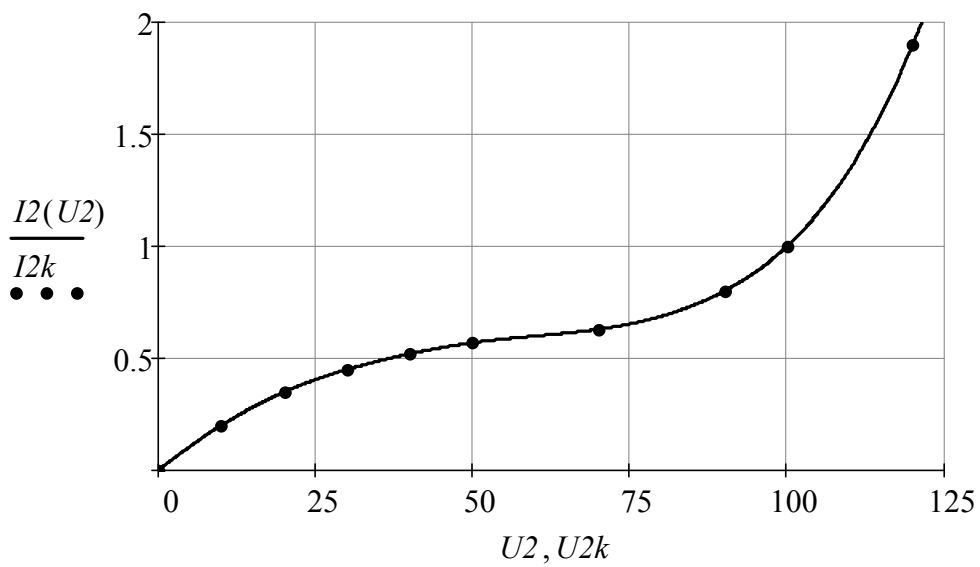


3. Аппроксимация ВАХ нелинейного элемента НЭ2 выполняется кубическими сплайнами

$$U2k := (0 \ 10 \ 20 \ 30 \ 40 \ 50 \ 70 \ 90 \ 100 \ 120)^T$$

$$I2k := (0 \ .2 \ .35 \ .45 \ .52 \ .57 \ .63 \ .80 \ 1.00 \ 1.90)^T$$

$$cs := cspline(U2k, I2k) \quad I2(U2) := interp(cs, U2k, I2k, U2)$$



4. Решение системы нелинейных уравнений Кирхгофа по программе *Given...Find*:

$$\underline{I1} := 1 \quad I3 := 1 \quad \underline{U1} := 1 \quad U2 := 1 \quad U3 := 1$$

$$\text{Given} \quad I1 + I2(U2) - I3 = 0 \quad U1 + U3 = E1$$

$$U2 + U3 = E2 \quad U1 = a \cdot I1 + b \cdot I1^n \quad U3 = I3 \cdot R3$$

$$\underline{A} := \text{Find}(I1, I3, U1, U2, U3)$$

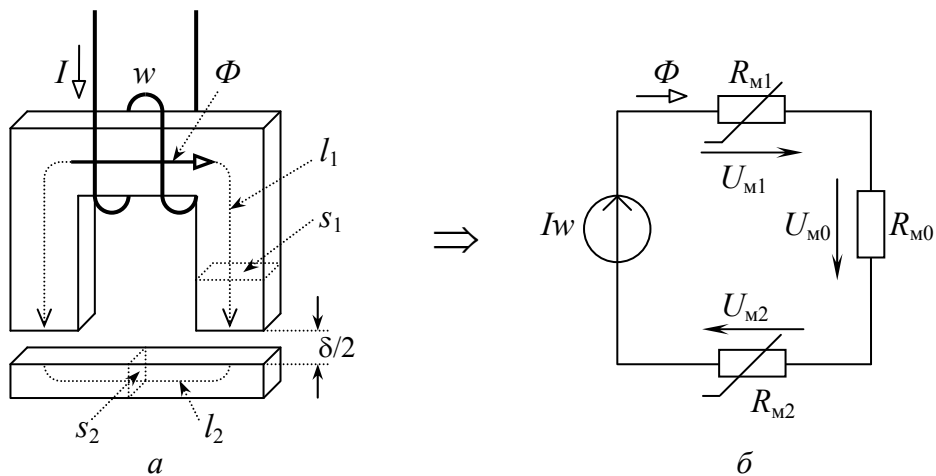
5. Результаты вычислений:

$$\underline{I1} := A_0 = 1.038 \quad \underline{I3} := A_1 = 1.732 \quad \underline{U1} := A_2 = 110.725$$

$$\underline{U2} := A_3 = 80.725 \quad \underline{U3} := A_4 = 69.275 \quad I2(U2) = 0.694$$

ЗАДАЧА 43. РАСЧЕТ НЕРАЗВЕТВЛЕННОЙ МАГНИТНОЙ ЦЕПИ

1. Эскизный рисунок магнитной цепи (а) и ее схема (б)



2. Исходные данные

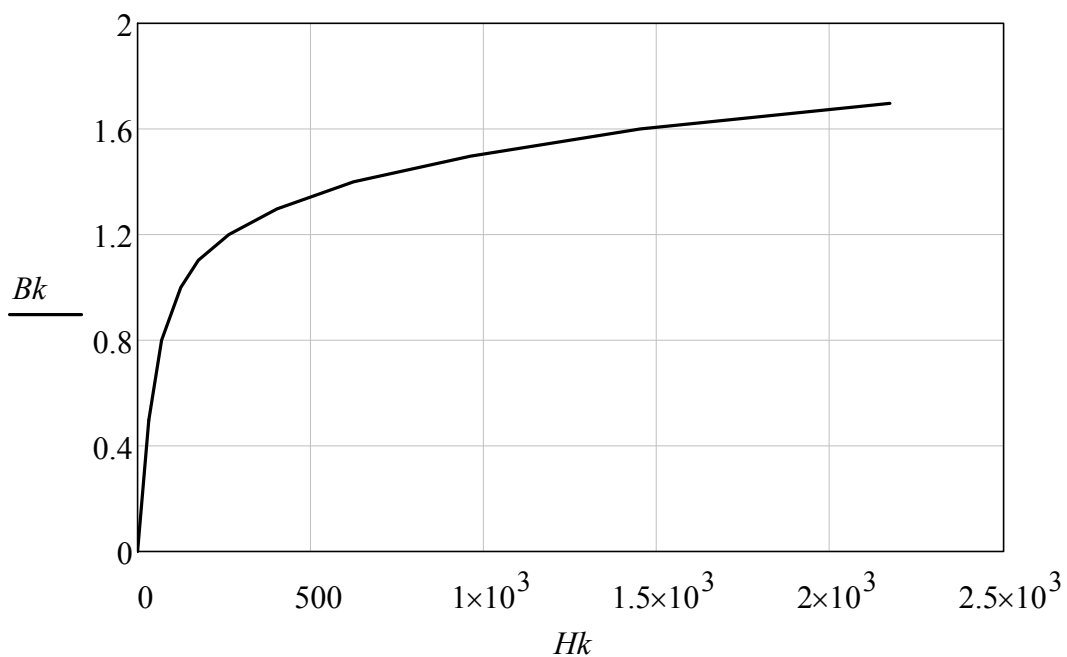
2.1. Кривая намагничивания материала сердечника $B = f(H)$ задана таблично:

$$Bk := (0 \quad .5 \quad .8 \quad 1 \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \quad 1.4 \quad 1.5 \quad 1.6 \quad 1.7)^T$$

$$Hk := (0 \quad 32 \quad 68 \quad 123 \quad 174 \quad 263 \quad 404 \quad 625 \quad 959 \quad 1450 \quad 2170)^T$$

$$\mu_0 := 1.25 \cdot 10^{-6}$$

Графическая диаграмма функции $B = f(H)$:



2.2. Геометрические размеры магнитной цепи заданы в единицах измерения системы SI:

$$l_1 := 0.3 \quad s_1 := 0.004 \quad I_w := 300$$

$$l_2 := 0.1 \quad s_2 := 0.003 \quad \delta_{\text{маг}} := .0001$$

3. Расчет вебер-амперных характеристик отдельных участков магнитной цепи

Для удобства чтения выразим магнитные потоки в мВб

3.1. Для 1-го участка:

$$\Phi_{1k} := 1000 B_k \cdot s_1 \quad \text{мВб} \quad U_{1k} := H_k \cdot l_1 \quad \text{В}$$

$$\Phi_{1k}^T =$$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0	2	3.2	4	4.4	4.8	5.2	5.6	6	6.4	6.8

$$U_{1k}^T =$$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0	9.6	20.4	36.9	52.2	78.9	121.2	187.5	287.7	435	651

3.2. Для 2-го участка:

$$\Phi_{2k} := 1000 B_k \cdot s_2 \quad \text{мВб} \quad U_{2k} := H_k \cdot l_2 \quad \text{В}$$

$$\Phi_{2k}^T =$$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0	1.5	2.4	3	3.3	3.6	3.9	4.2	4.5	4.8	5.1

$$U_{2k}^T =$$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0	3.2	6.8	12.3	17.4	26.3	40.4	62.5	95.9	145	217

3.3. Для 3-го участка:

$$U_o(\Phi) := \frac{\delta}{\mu_o \cdot s_1} \cdot \Phi \cdot .001$$

4. Аппроксимация вебер-амперных характеристик степенным полиномом вида $U = a\Phi + b\Phi^n$

4.1. Определение коэффициентов a и b и n по методу выбранных точек (3, 6, 9):

$$a1 := .01 \quad b1 := .0001 \quad n1 := 5$$

Given

$$U1k_3 = a1 \cdot \Phi 1k_3 + b1 \cdot (\Phi 1k_3)^{n1}$$

$$U1k_6 = a1 \cdot \Phi 1k_6 + b1 \cdot (\Phi 1k_6)^{n1}$$

$$U1k_9 = a1 \cdot \Phi 1k_9 + b1 \cdot (\Phi 1k_9)^{n1}$$

$$\begin{pmatrix} \underline{a1} \\ \underline{b1} \\ \underline{n1} \end{pmatrix} := Find(a1, b1, n1) = \begin{pmatrix} 5.628 \\ 7.978 \times 10^{-4} \\ 7.069 \end{pmatrix}$$

$$U1(\Phi) := a1 \cdot \Phi + b1 \cdot \Phi^{n1}$$

4.2. Определение коэффициентов $a2$ и $b2$ и $n2$ по методу выбранных точек (3, 6, 9):

$$a2 := .01 \quad b2 := .0001 \quad n2 := 5$$

Given

$$U2k_3 = a2 \cdot \Phi 2k_3 + b2 \cdot (\Phi 2k_3)^{n2}$$

$$U2k_6 = a2 \cdot \Phi 2k_6 + b2 \cdot (\Phi 2k_6)^{n2}$$

$$U2k_9 = a2 \cdot \Phi 2k_9 + b2 \cdot (\Phi 2k_9)^{n2}$$

$$\begin{pmatrix} \underline{a2} \\ \underline{b2} \\ \underline{n2} \end{pmatrix} := Find(a2, b2, n2) = \begin{pmatrix} 2.501 \\ 2.032 \times 10^{-3} \\ 7.069 \end{pmatrix}$$

$$U2(\Phi) := a2 \cdot \Phi + b2 \cdot \Phi^{n2}$$

4.4. Уравнение аппроксимации ВБАХ воздушного зазора:

$$\underline{UO}(\Phi) := \frac{\delta}{\mu O \cdot sI} \cdot \Phi \cdot .001$$

5. Система уравнений Кирхгофа и ее решение

$$\Phi := 1$$

$$\text{Given} \quad U1(\Phi) + U2(\Phi) + Uo(\Phi) = Iw$$

$$\Phi := \text{Find}(\Phi) = 4.73$$

6. Результаты расчета:

$$U1(\Phi) = 73.683 \quad U2(\Phi) = 131.716 \quad Uo(\Phi) = 94.601$$

$$Bo := \frac{\Phi}{sl} \cdot 10^{-3} = 1.183$$

6. Аппроксимация вебер-амперных характеристик гиперболическим синусом вида $U = c \sinh(d\Phi)$

6.1. Определение коэффициентов $c1$ и $d1$ по методу выбранных точек (3, 7):

$$c1 := 1 \quad d1 := 1$$

$$\text{Given} \quad U1k_3 = c1 \cdot \sinh(d1 \cdot \Phi1k_3)$$

$$U1k_7 = c1 \cdot \sinh(d1 \cdot \Phi1k_7)$$

$$\begin{pmatrix} c1 \\ d1 \end{pmatrix} := \text{Find}(c1, d1) = \begin{pmatrix} 1.269 \\ 1.016 \end{pmatrix} \quad U1(\Phi) := c1 \cdot \sinh(d1 \cdot \Phi)$$

6.2. Определение коэффициентов $c2$ и $d2$ по методу выбранных точек (3, 7):

$$c2 := 1 \quad d2 := 1$$

$$\text{Given} \quad U2k_3 = c2 \cdot \sinh(d2 \cdot \Phi2k_3)$$

$$U2k_7 = c2 \cdot \sinh(d2 \cdot \Phi2k_7)$$

$$\begin{pmatrix} c2 \\ d2 \end{pmatrix} := \text{Find}(c2, d2) = \begin{pmatrix} 0.423 \\ 1.354 \end{pmatrix} \quad U2(\Phi) := c2 \cdot \sinh(d2 \cdot \Phi)$$

6.3. Уравнение аппроксимации воздушного зазора:

$$U_{o(\Phi)} := \frac{\delta}{\mu_o \cdot s l} \cdot \Phi \cdot .001$$

7. Система уравнений Кирхгофа и ее решение

$$\Phi_w := 1 \quad \text{Given} \quad U1(\Phi) + U2(\Phi) + Uo(\Phi) = I_w$$

$$\Phi_w := \text{Find}(\Phi) = 4.729$$

6. Результаты расчета:

$$U1(\Phi) = 77.418 \quad U2(\Phi) = 127.997 \quad Uo(\Phi) = 94.585$$

$$Bo := \frac{\Phi}{s l} \cdot 10^{-3} = 1.182$$

ЗАДАЧА 44. РАСЧЕТ РАЗВЕТВЛЕННОЙ МАГНИТНОЙ ЦЕПИ 1 В MathCAD

1. Схема цепи и параметры элементов

Заданы: эскизный рисунок магнитной цепи (рис. 1, *a*) и геометрические размеры отдельных участков, числа витков обмоток и токи, протекающие в обмотках, графическая диаграмма кривой намагничивания материала сердечника $B = f(H)$ (рис. 2).

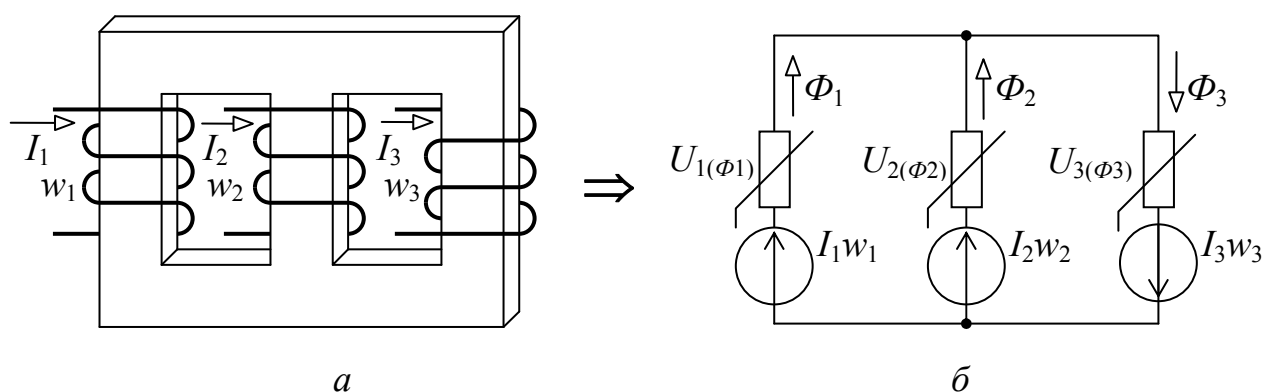


Рис. 1

Геометрические размеры магнитной цепи заданы в единицах измерения системы *SI*:

$l_1 := 0.4$	$s_1 := 0.002$	$w_1 := 300$	$i_1 := 2$
$l_2 := 0.2$	$s_2 := 0.004$	$w_2 := 200$	$i_2 := 2$
$l_3 := 0.5$	$s_3 := 0.003$	$w_3 := 250$	$i_3 := 3$

Требуется: выполнить расчет магнитной цепи и определить индукцию магнитного поля в зазоре ***Bo***.

1. На графической диаграмме кривой намагничивания $B = f(H)$ выбирают 10...15 точек. Координаты выбранных точек оформляют в виде матриц.

$$B := (0 \quad .5 \quad .8 \quad 1 \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \quad 1.4 \quad 1.5 \quad 1.6 \quad 1.7)^T$$

$$H := (0 \quad 35 \quad 66 \quad 120 \quad 170 \quad 260 \quad 410 \quad 630 \quad 980 \quad 1560 \quad 2470)^T$$

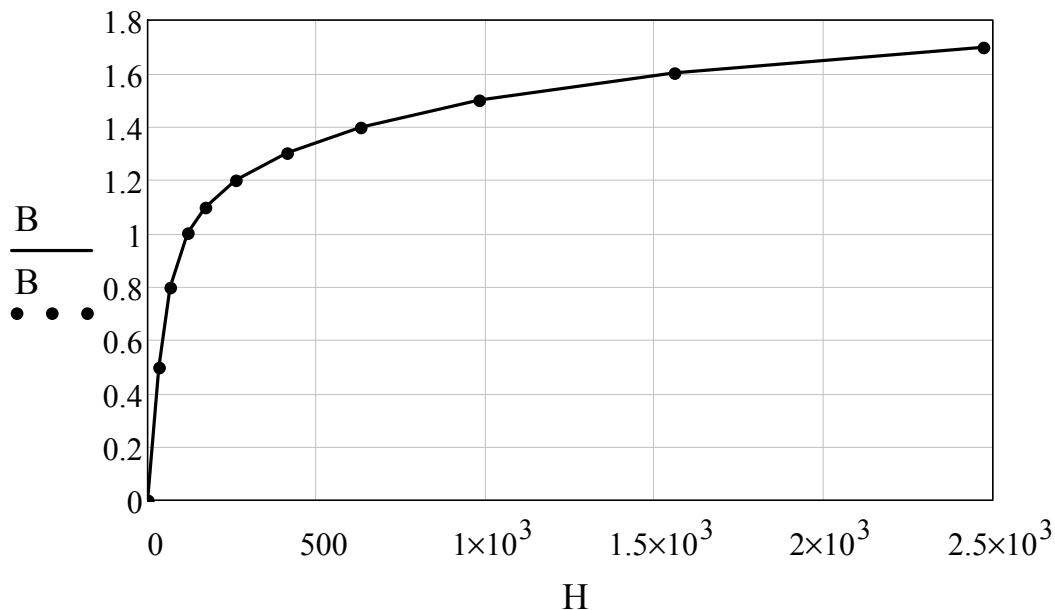


Рис. 2. Графическая диаграмма функции $B = f(H)$

1-ый вариант решения задачи

2. Расчет вебер-амперных характеристик отдельных участков магнитной цепи производится по известным формулам $\Phi = B \cdot s$, $U = Hl$, для удобства магнитные потоки выразим в $[мВб]$.

$$k := 1 \dots 10$$

$$\Phi_{1k} := 1000 B_k \cdot s_1 \quad U_{1k} := H_k \cdot l_1 \quad \text{— для 1-го участка}$$

$$\Phi_{2k} := 1000 B_k \cdot s_2 \quad U_{2k} := H_k \cdot l_2 \quad \text{— для 2-го участка}$$

$$\Phi_{3k} := 1000 B_k \cdot s_3 \quad U_{3k} := H_k \cdot l_3 \quad \text{— для 3-го участка}$$

3. Аппроксимация вебер-амперных характеристик отдельных участков магнитной цепи выполняется степенным полиномом вида $U = a\Phi + b\Phi^n$, коэффициенты аппроксимации a , b и n определяются по методу выбранных точек (3, 6, 9).

Для 1-го участка:

$$a_1 := 1 \quad b_1 := 1 \quad n_1 := 1$$

$$\text{Giver} \quad U_{13} = a_1 \cdot \Phi_{13} + b_1 \cdot (\Phi_{13})^{n_1}$$

$$U_{16} = a_1 \cdot \Phi_{16} + b_1 \cdot (\Phi_{16})^{n_1}$$

$$U_{19} = a_1 \cdot \Phi_{19} + b_1 \cdot (\Phi_{19})^{n_1}$$

$$\begin{pmatrix} \underline{a_1} \\ \underline{b_1} \\ \underline{n_1} \end{pmatrix} := \text{Find}(a_1, b_1, n_1) = \begin{pmatrix} 14.894 \\ 0.112 \\ 7.35 \end{pmatrix}$$

Для 2-го участка:

$$a_2 := 1 \quad b_2 := 1 \quad n_2 := 1$$

$$\text{Giver} \quad U_{23} = a_2 \cdot \Phi_{23} + b_2 \cdot (\Phi_{23})^{n_2}$$

$$U_{26} = a_2 \cdot \Phi_{26} + b_2 \cdot (\Phi_{26})^{n_2}$$

$$U_{29} = a_2 \cdot \Phi_{29} + b_2 \cdot (\Phi_{29})^{n_2}$$

$$\begin{pmatrix} \underline{a_2} \\ \underline{b_2} \\ \underline{n_2} \end{pmatrix} := \text{Find}(a_2, b_2, n_2) = \begin{pmatrix} -48.024 \\ 22.447 \\ 1.634 \end{pmatrix}$$

Для 3-го участка:

$$a_3 := 1 \quad b_3 := 1 \quad n_3 := 1$$

$$\text{Giver} \quad U_{33} = a_3 \cdot \Phi_{33} + b_3 \cdot (\Phi_{33})^{n_3}$$

$$U_{36} = a_3 \cdot \Phi_{36} + b_3 \cdot (\Phi_{36})^{n_3}$$

$$U_{39} = a_3 \cdot \Phi_{39} + b_3 \cdot (\Phi_{39})^{n_3}$$

$$\begin{pmatrix} \underline{a_3} \\ \underline{b_3} \\ \underline{n_3} \end{pmatrix} := \text{Find}(a_3, b_3, n_3) = \begin{pmatrix} 12.411 \\ 7.086 \times 10^{-3} \\ 7.35 \end{pmatrix}$$

Уравнения аппроксимации вебер-амперных характеристик отдельных участков:

$$U1(\Phi1) := a1 \cdot \Phi1 + b1 \cdot \Phi1^{n1}$$

$$U2(\Phi2) := a2 \cdot \Phi2 + b2 \cdot \Phi2^{n2}$$

$$U3(\Phi3) := a3 \cdot \Phi3 + b3 \cdot \Phi3^{n3}$$

4. Составляется расчетная схема магнитной цепи (рис. 1, б). Для схемы составляется система уравнений по законам Кирхгофа. Решение системы уравнений производится по программе "Given...find"

$$\Phi1 := 0 \quad \Phi2 := 0 \quad \Phi3 := 0 \quad Uab := 0$$

Giver

$$Uab + U1(\Phi1) = i1 \cdot w1$$

$$Uab + U2(\Phi2) = i2 \cdot w2$$

$$Uab - U3(\Phi3) = -i3 \cdot w3$$

$$\Phi1 + \Phi2 - \Phi3 = 0$$

$$\begin{pmatrix} \Phi1 \\ \Phi2 \\ \Phi3 \\ Uab \end{pmatrix} := \text{Find}(\Phi1, \Phi2, \Phi3, Uab) = \begin{pmatrix} 2.64 \\ 2.449 \\ 5.089 \\ 420.644 \end{pmatrix}$$

Результаты вычислений:

$$\Phi1 = 2.64 \quad \Phi2 = 2.449 \quad \Phi3 = 5.089 \quad Uab = 420.644$$

2-ой вариант решения задачи

2. Расчет вебер-амперных характеристик отдельных участков магнитной цепи производится по известным формулам $\Phi = Bs$, $U = Hl$, для удобства магнитные потоки выразим в $[mB\bar{o}]$.

$$k := 1..10$$

$$\phi_{1k} := 1000 B_k \cdot s1 \quad U_{1k} := H_k \cdot l1 \quad - \text{ для 1-го участка}$$

$$\phi_{2k} := 1000 B_k \cdot s2 \quad U_{2k} := H_k \cdot l2 \quad - \text{ для 2-го участка}$$

$$\phi_{3k} := 1000 B_k \cdot s3 \quad U_{3k} := H_k \cdot l3 \quad - \text{ для 3-го участка:}$$

3. Аппроксимация вебер-амперных характеристик отдельных участков магнитной цепи выполняется гиперболическим синусом вида $U = c \sinh(d\Phi)$, коэффициенты аппроксимации c и d определяются по методу выбранных точек(3,7)

6.1. Определение коэффициентов $c1$ и $d1$ по методу выбранных точек (3,7):

Для 1-го участка:

$$c1 := 1 \quad d1 := 1$$

$$\text{Giver} \quad U_{13} = c1 \cdot \sinh(d1 \cdot \phi_{13})$$

$$U_{17} = c1 \cdot \sinh(d1 \cdot \phi_{17})$$

$$\begin{pmatrix} c1 \\ d1 \end{pmatrix} := \text{Find}(c1, d1) = \begin{pmatrix} 1.521 \\ 2.072 \end{pmatrix}$$

Для 2-го участка:

$$c2 := 1 \quad d2 := 1$$

$$\text{Giver} \quad U_{23} = c2 \cdot \sinh(d2 \cdot \phi_{23})$$

$$U_{27} = c2 \cdot \sinh(d2 \cdot \phi_{27})$$

$$\begin{pmatrix} c2 \\ d2 \end{pmatrix} := \text{Find}(c2, d2) = \begin{pmatrix} 0.761 \\ 1.036 \end{pmatrix}$$

Для 3-го участка:

$$c3 := 1 \quad d3 := 1$$

$$\text{Giver} \quad U3_3 = c3 \cdot \sinh(d3 \cdot \phi3_3)$$

$$U3_7 = c3 \cdot \sinh(d3 \cdot \phi3_7)$$

$$\begin{pmatrix} c3 \\ d3 \end{pmatrix} := \text{Find}(c3, d3) = \begin{pmatrix} 1.902 \\ 1.382 \end{pmatrix}$$

Уравнения аппроксимации вебер-амперных характеристик отдельных участков:

$$U1(\phi1) := c1 \cdot \sinh(d1 \cdot \phi1)$$

$$U2(\phi2) := c2 \cdot \sinh(d2 \cdot \phi2)$$

$$U3(\phi3) := c3 \cdot \sinh(d3 \cdot \phi3)$$

7. Система уравнений Кирхгофа и ее решение

$$\phi1 := 1 \quad \phi2 := 1 \quad \phi3 := 1 \quad Uab := 1$$

$$\text{Giver} \quad Uab + U1(\phi1) = i1 \cdot w1$$

$$Uab + U2(\phi2) = i2 \cdot w2$$

$$Uab - U3(\phi3) = -i3 \cdot w3$$

$$\phi1 + \phi2 - \phi3 = 0$$

$$\begin{pmatrix} \phi1 \\ \phi2 \\ \phi3 \\ Uab \end{pmatrix} := \text{Find}(\phi1, \phi2, \phi3, Uab) = \begin{pmatrix} 2.7 \\ 2.435 \\ 5.134 \\ 395.29 \end{pmatrix}$$

Результаты вычислений:

$$\phi1 = 2.7 \quad \phi2 = 2.435 \quad \phi3 = 5.134 \quad Uab = 395.29$$

ЗАДАЧА 45. РАСЧЕТ РАЗВЕТВЛЕННОЙ МАГНИТНОЙ ЦЕПИ 2 В MathCAD

1. Схема цепи и параметры элементов

Заданы: эскизный рисунок магнитной цепи (рис. 1, *a*) и геометрические размеры отдельных участков, числа витков обмоток и токи, протекающие в обмотках, графическая диаграмма кривой намагничивания материала сердечника $B = f(H)$ (рис. 2).

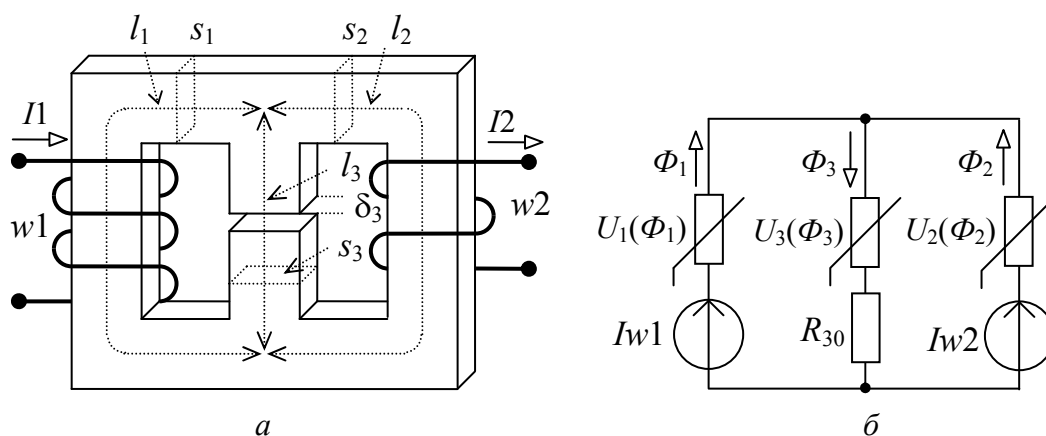


Рис. 1. Эскизный рисунок и расчетная схема магнитной цепи

Геометрические размеры магнитной цепи заданы в единицах измерения системы *SI*:

$$\begin{array}{llll}
 l1 := 0.4 & s1 := 0.0015 & w1 := 200 & I1 := 2.5 \\
 l2 := 0.4 & s2 := 0.0025 & w2 := 300 & I2 := 2 \\
 l3 := 0.2 & s3 := 0.004 & \mu_0 := 4\pi \cdot 10^{-7} & \delta := 5 \cdot 10^{-4}
 \end{array}$$

Требуется: выполнить расчет магнитной цепи и определить индукцию магнитного поля в зазоре B_0 .

1. На графической диаграмме кривой намагничивания $B = f(H)$ выбирают 10...15 точек. Координаты выбранных точек оформляют в виде матриц.

$$B := (0 \quad .5 \quad .8 \quad 1 \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \quad 1.4 \quad 1.5 \quad 1.6 \quad 1.7)^T$$

$$H := (0 \quad 35 \quad 66 \quad 120 \quad 170 \quad 260 \quad 410 \quad 630 \quad 980 \quad 1560 \quad 2470)^T$$

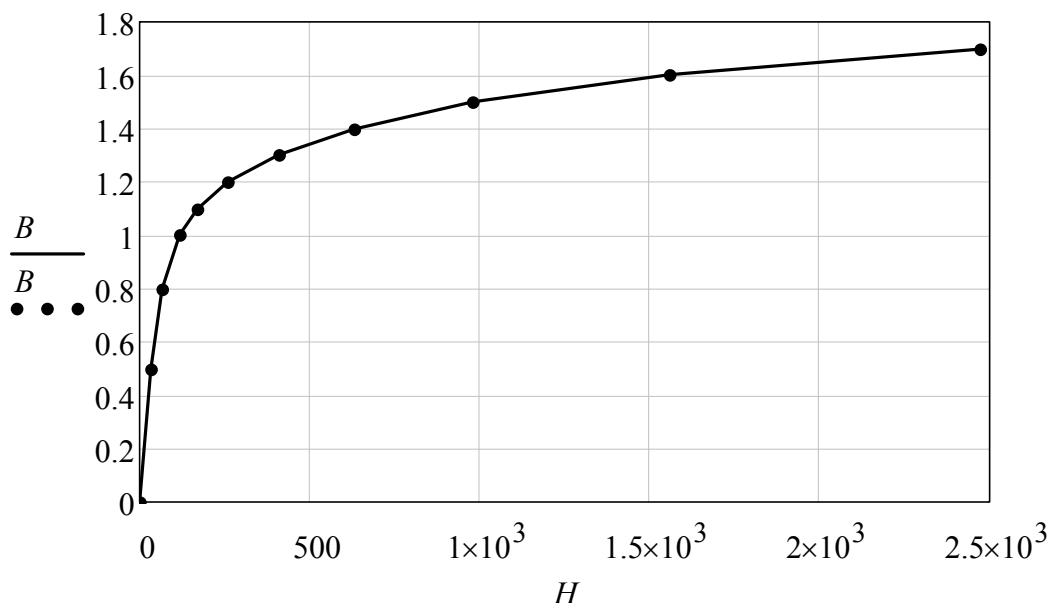


Рис. 2. Графическая диаграмма функции $B = f(H)$

2. Расчет вебер-амперных характеристик отдельных участков магнитной цепи производится по известным формулам $\Phi = B s$, $U = Hl$, для удобства магнитные потоки выразим в $[мВб]$.

$$k := 1..10$$

$$\Phi 1_k := 1000 B_k \cdot s1 \quad U 1_k := H_k \cdot l1 \quad - \text{ для 1-го участка}$$

$$\Phi 2_k := 1000 B_k \cdot s2 \quad U 2_k := H_k \cdot l2 \quad - \text{ для 2-го участка}$$

$$\Phi 3_k := 1000 B_k \cdot s3 \quad U 3_k := H_k \cdot l3 \quad - \text{ для 3-го участка}$$

$$R_o := \frac{\delta}{\mu_o \cdot s3} \quad U_o(\Phi 3) := R_o \cdot \Phi 3 \cdot .001 \quad - \text{ для зазора}$$

3. Аппроксимация вебер-амперных характеристик отдельных участков магнитной цепи выполняется степенным полиномом вида $U = a\Phi + b\Phi^n$, коэффициенты аппроксимации a , b и n определяются по методу выбранных точек (3, 6, 9).

Для 1-го участка:

$$a1 := 1 \quad b1 := 1 \quad n1 := 1$$

$$\text{Given} \quad U1_3 = a1 \cdot \Phi 1_3 + b1 \cdot (\Phi 1_3)^{n1}$$

$$U1_6 = a1 \cdot \Phi 1_6 + b1 \cdot (\Phi 1_6)^{n1}$$

$$U1_9 = a1 \cdot \Phi 1_9 + b1 \cdot (\Phi 1_9)^{n1}$$

$$\begin{pmatrix} \underline{a1} \\ \underline{b1} \\ \underline{n1} \end{pmatrix} := \text{Find}(a1, b1, n1) = \begin{pmatrix} 19.858 \\ 0.925 \\ 7.35 \end{pmatrix}$$

Для 2-го участка:

$$a2 := 1 \quad b2 := 1 \quad n2 := 1$$

$$\text{Given} \quad U2_3 = a2 \cdot \Phi 2_3 + b2 \cdot (\Phi 2_3)^{n2}$$

$$U2_6 = a2 \cdot \Phi 2_6 + b2 \cdot (\Phi 2_6)^{n2}$$

$$U2_9 = a2 \cdot \Phi 2_9 + b2 \cdot (\Phi 2_9)^{n2}$$

$$\begin{pmatrix} \underline{a2} \\ \underline{b2} \\ \underline{n2} \end{pmatrix} := \text{Find}(a2, b2, n2) = \begin{pmatrix} 12.383 \\ 0.017 \\ 7.557 \end{pmatrix}$$

Для 3-го участка:

$$a3 := 1 \quad b3 := 1 \quad n3 := 1$$

$$\text{Given} \quad U3_3 = a3 \cdot \Phi 3_3 + b3 \cdot (\Phi 3_3)^{n3}$$

$$U3_6 = a3 \cdot \Phi 3_6 + b3 \cdot (\Phi 3_6)^{n3}$$

$$U3_9 = a3 \cdot \Phi 3_9 + b3 \cdot (\Phi 3_9)^{n3}$$

$$\begin{pmatrix} \underline{a3} \\ \underline{b3} \\ \underline{n3} \end{pmatrix} := \text{Find}(a3, b3, n3) = \begin{pmatrix} 3.723 \\ 3.421 \times 10^{-4} \\ 7.35 \end{pmatrix}$$

Уравнения аппроксимации вебер-амперных характеристик отдельных участков:

$$U1(\Phi1) := a1 \cdot \Phi1 + b1 \cdot \Phi1^{n1}$$

$$U2(\Phi2) := a2 \cdot \Phi2 + b2 \cdot \Phi2^{n2}$$

$$U3(\Phi3) := a3 \cdot \Phi3 + b3 \cdot \Phi3^{n3}$$

4. Составляется расчетная схема магнитной цепи (рис. 1, б). Для схемы составляется система уравнений по законам Кирхгофа. Решение системы уравнений производится по программе "Given...find"

$$\Phi1 := 1 \quad \Phi2 := 1 \quad \Phi3 := 1 \quad Uab := 10$$

$$\text{Given} \quad \Phi1 + \Phi2 - \Phi3 = 0$$

$$Uab + U1(\Phi1) = I1 \cdot w1$$

$$Uab + U2(\Phi2) = I2 \cdot w2$$

$$Uab = U3(\Phi3) + Uo(\Phi3)$$

$$\begin{pmatrix} \Phi1 \\ \Phi2 \\ \Phi3 \\ Uab \end{pmatrix} := \text{Find}(\Phi1, \Phi2, \Phi3, Uab) = \begin{pmatrix} 1.259 \\ 3.122 \\ 4.382 \\ 469.951 \end{pmatrix}$$

Результаты вычислений:

$$\Phi1 = 1.259 \quad \Phi2 = 3.122 \quad \Phi3 = 4.382 \quad Uab = 469.951$$

$$U1(\Phi1) = 30.049 \quad U2(\Phi2) = 130.049 \quad U3(\Phi3) = 34.106$$

$$Uo(\Phi3) = 435.845 \quad Bo := \frac{\Phi3}{s3} \cdot .001 = 1.095$$

Примечание: алгоритм решения задачи позволяет выполнять анализ влияния отдельных параметров исходных данных на конечные результаты, для этого достаточно внести изменение нужного параметра в исходных данных задачи и повторить вычисления до конца алгоритма.

ЗАДАЧА 46. РАСЧЕТ ВОЛЬТ-АМПЕРНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ НЕЛИНЕЙНОЙ КАТУШКИ

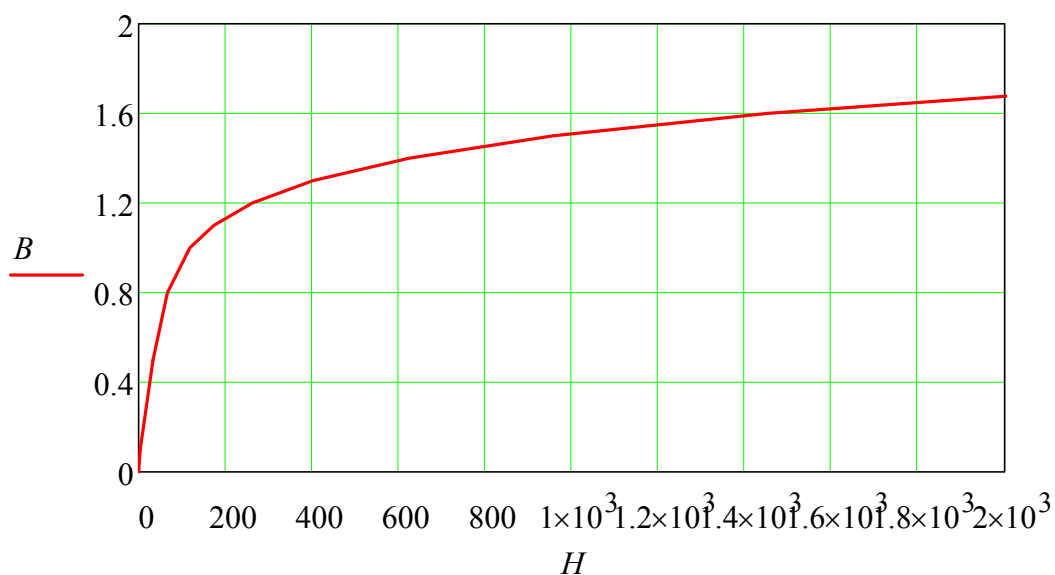
1. Исходные данные

$$l := 47 \cdot 10^{-2} \quad s_w := 28 \cdot 10^{-4} \quad w := 135 \quad f := 50 \quad \omega := 2\pi f \quad T := \frac{1}{f}$$

$$B := (0 \quad .1 \quad .5 \quad .8 \quad 1.0 \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \quad 1.4 \quad 1.5 \quad 1.6 \quad 1.7)^T$$

$$H := (0 \quad 2 \quad 35 \quad 66 \quad 120 \quad 174 \quad 263 \quad 404 \quad 625 \quad 959 \quad 1454 \quad 2170)^T$$

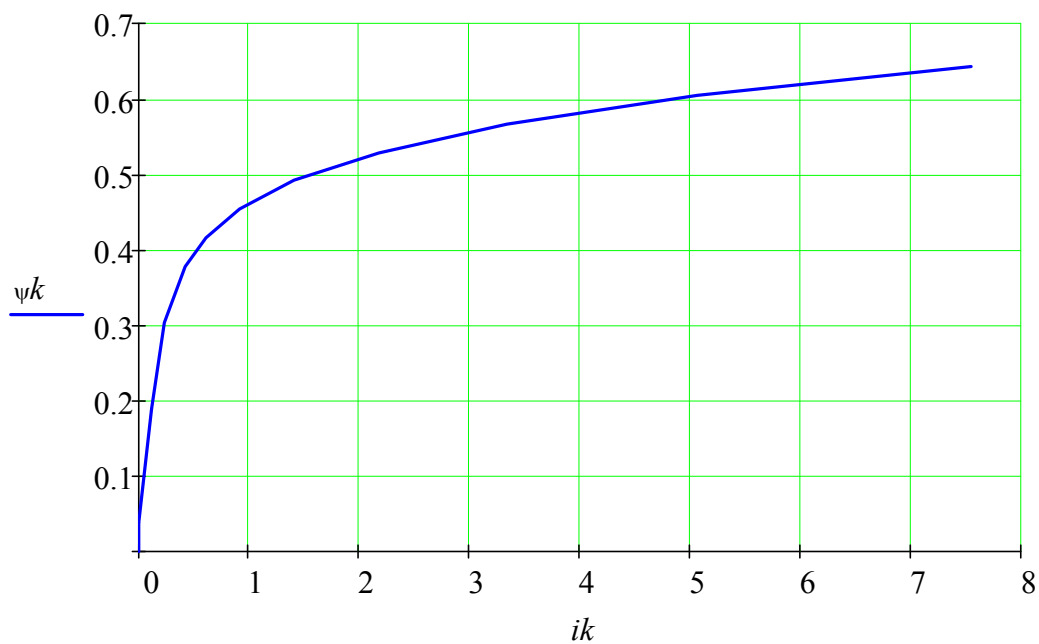
Диаграмма функции $B = f(H)$



2. Расчет вебер-амперной характеристики:

$$\psi k := B \cdot s \cdot w \quad ik := \frac{H \cdot l}{w}$$

Диаграмма функции $\psi = f(il)$



Аппроксимация вебер-амперной характеристики:

$$n := 7 \quad a := 1 \quad b := 1$$

$$\text{Given} \quad ik_2 = a \cdot \psi k_2 + b \cdot (\psi k_2)^n$$

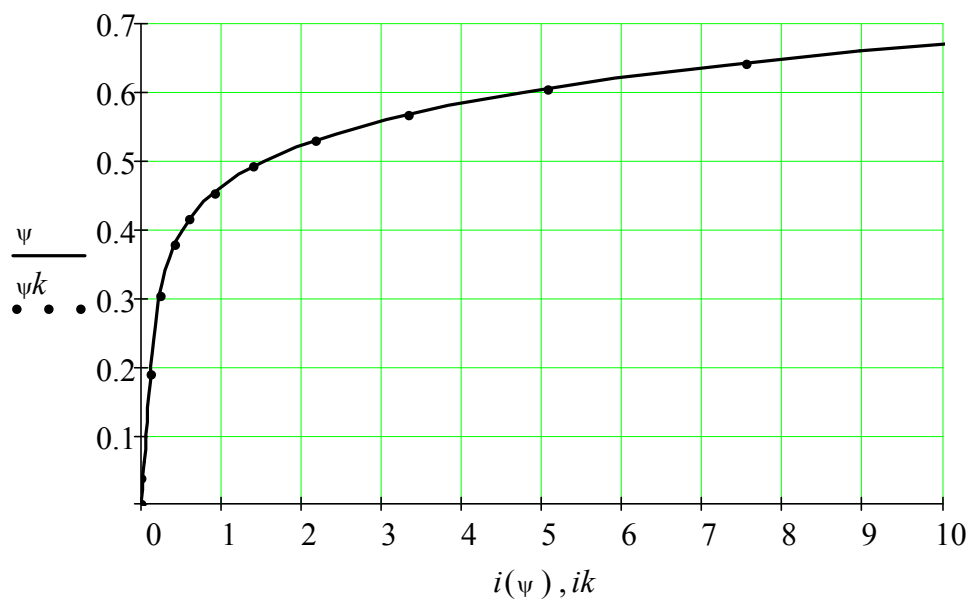
$$ik_6 = a \cdot \psi k_6 + b \cdot (\psi k_6)^n$$

$$ik_9 = a \cdot \psi k_9 + b \cdot (\psi k_9)^n$$

$$\begin{pmatrix} \underline{a} \\ \underline{b} \\ \underline{n} \end{pmatrix} := \text{Find}(a, b, n) = \begin{pmatrix} 0.637 \\ 156.68 \\ 6.985 \end{pmatrix} \quad \underline{n} := 7$$

$$i(\psi) := a \cdot \psi + b \cdot (\psi)^n$$

Проверка качества аппроксимации вебер-амперной характеристики:



3. Расчет вольт-амперной характеристики:

$$U := (0 \ 20 \ 40 \ 60 \ 80 \ 100 \ 110 \ 120 \ 130 \ 140 \ 150)^T$$

$$k := 6 \quad Um_k := U_k \cdot \sqrt{2} \quad \Psi m_k := \frac{Um_k}{\omega} \quad c1 := 0 \quad c2 := 0.1 \quad c3 := -0.1$$

$$\psi(t) := \Psi m_k \cdot \sin(\omega \cdot t) + c1 \cdot \Psi m_k \cdot \sin(3\omega \cdot t)$$

$$\underline{i}(t) := a \cdot \psi(t) + b \cdot \psi(t)^7$$

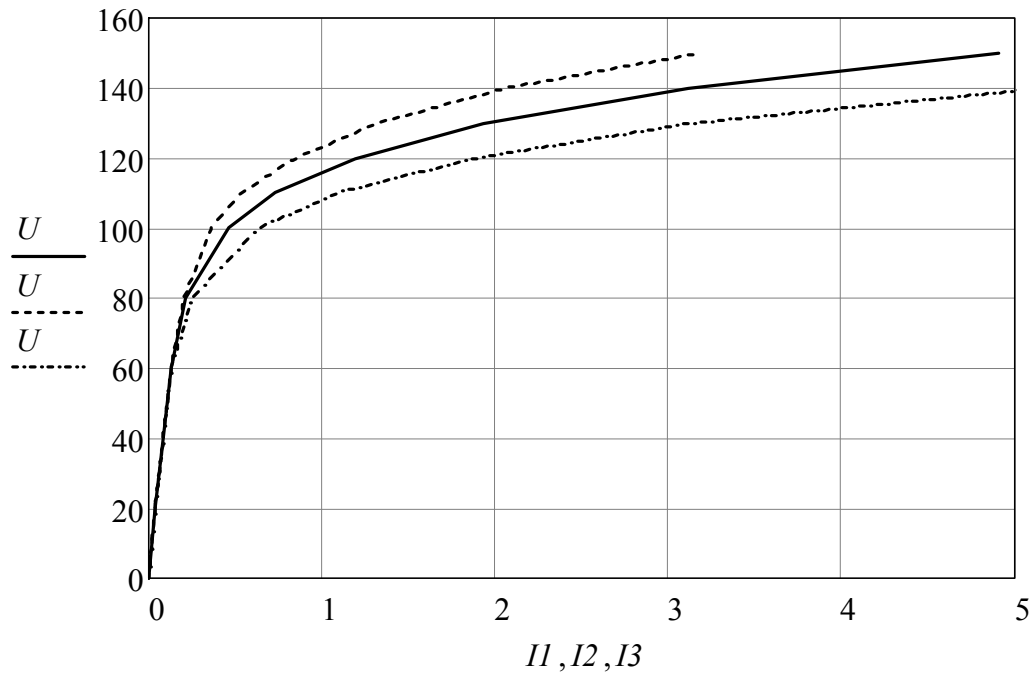
$$Id := \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_0^T i(t)^2 dt} = 0.722$$

$$\underline{I1} := (0 \ .04 \ .08 \ .13 \ .21 \ .46 \ .73 \ 1.19 \ 1.93 \ 3.11 \ 4.91)^T$$

$$\underline{I2} := (0 \ .04 \ .08 \ .13 \ .20 \ .36 \ .54 \ .84 \ 1.31 \ 2.05 \ 3.18)^T$$

$$\underline{I3} := (0 \ .04 \ .08 \ .13 \ .25 \ .64 \ 1.10 \ 1.87 \ 3.11 \ 5.15 \ 8.21)^T$$

Диаграмма функции $U = f(I)$



Аппроксимация вольт-амперной характеристики:

$$\text{Given} \quad c := .1 \quad d := .1$$

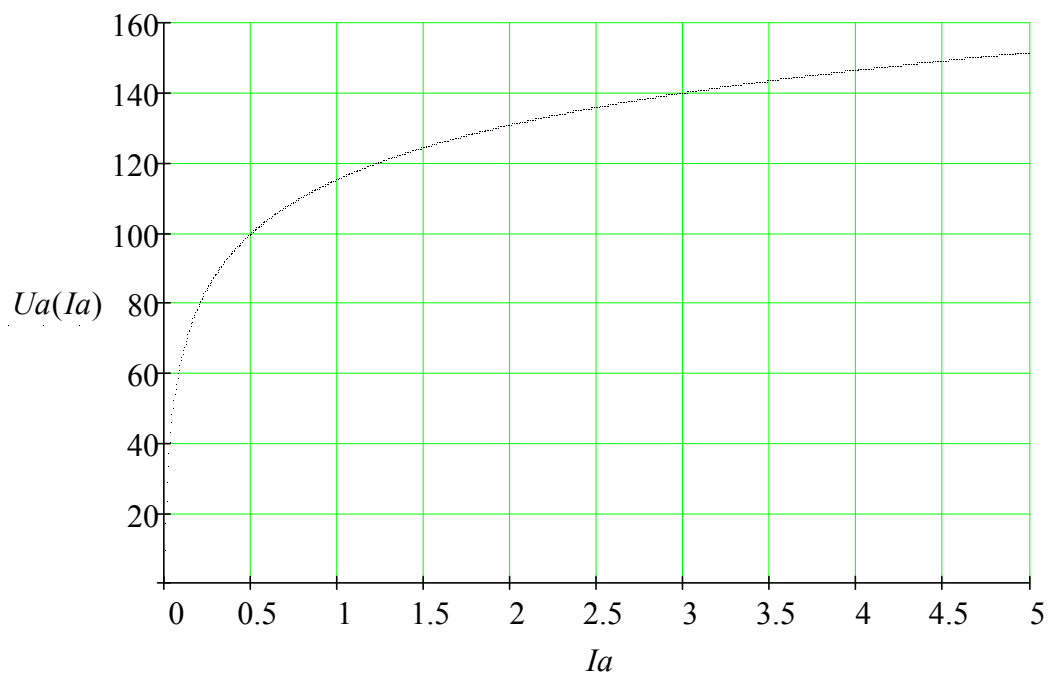
$$I_4 = c \cdot \sinh(d \cdot U_4) \quad I_8 = c \cdot \sinh(d \cdot U_8)$$

$$\begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix} := \text{Find}(c, d) = \begin{pmatrix} 0.012 \\ 0.044 \end{pmatrix}$$

$$I(U) := c \cdot \sinh(d \cdot U)$$

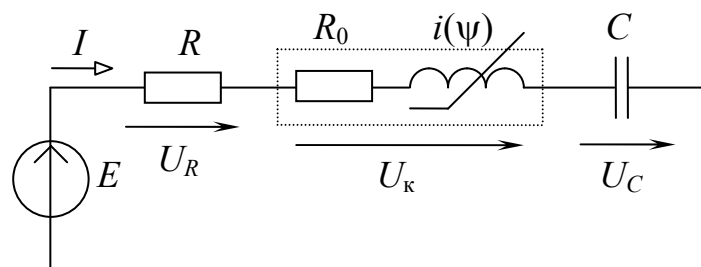
Проверка качества аппроксимации вольт-амперной характеристики:

$$U_a(I_a) := \frac{1}{d} \cdot \text{asinh}\left(\frac{I_a}{c}\right)$$



ЗАДАЧА 47. РАСЧЕТ ПРОСТОЙ НЕЛИНЕЙНОЙ ЦЕПИ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА КОМПЛЕКСНЫМ МЕТОДОМ

1. Схема цепи и параметры элементов



Параметры отдельных элементов схемы заданы в единицах измерения системы SI. Вольтамперные характеристики нелинейных элементов заданы аналитически.

$$E := 50 \quad R := 20 \quad R_0 := 4 \quad X_c := 30 \quad a := 2 \cdot 10^{-5} \quad I = a \cdot UL^3$$

2. Решение задачи методом законов Кирхгофа

Система уравнений Кирхгофа дополняется уравнением аппроксимации в комплексной форме и решается по программе "Given...find".

$$j := \sqrt{-1} \quad II := 1 + j \quad UL := 10 + j \cdot 10$$

$$\text{Given} \quad II \cdot (R + R_0) - j \cdot II \cdot X_c + UL = E$$

$$II = a \cdot (|UL|)^3 \cdot e^{j \cdot (\arg(UL) - 90deg)}$$

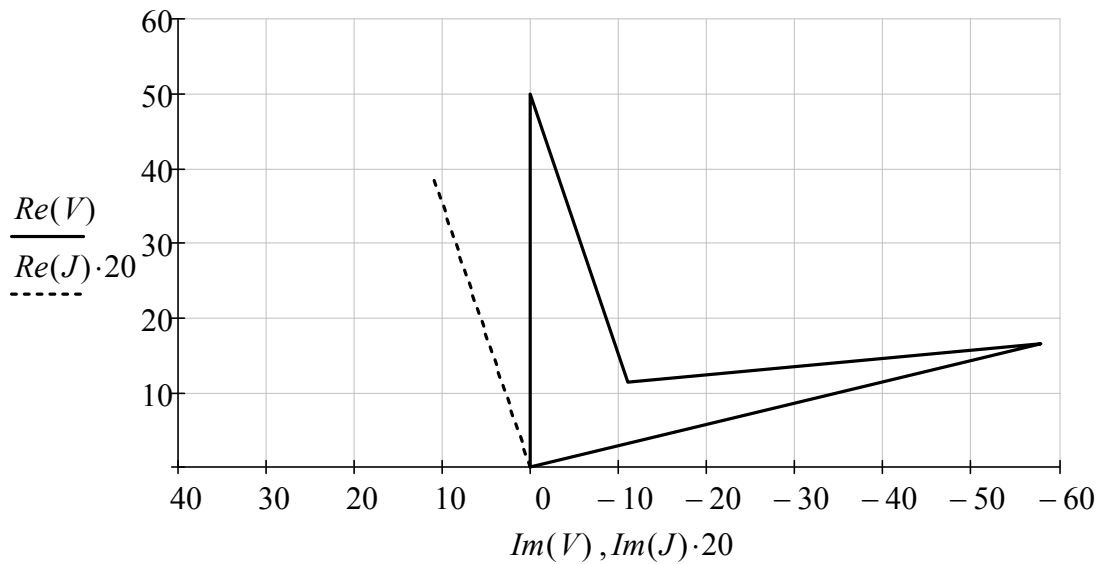
$$\begin{pmatrix} II \\ UL \end{pmatrix} := \text{Find}(II, UL) \quad Ur := II \cdot R \quad Uk := II \cdot R_0 + UL \quad Uc := II \cdot (-j \cdot X_c)$$

Результаты расчета:

$$\begin{aligned}
 |II| &= 2.004 & \arg(II) &= 15.869 \cdot \text{deg} \\
 |UL| &= 46.446 & \arg(UL) &= 105.869 \cdot \text{deg} \\
 |Ur| &= 40.079 & \arg(Ur) &= 15.869 \cdot \text{deg} \\
 |Uc| &= 60.118 & \arg(Uc) &= -74.131 \cdot \text{deg} \\
 |Uk| &= 47.133 & \arg(Uk) &= 96.077 \cdot \text{deg} \\
 Va &:= E & Vc &:= Uc & Vb &:= Vc + Uk
 \end{aligned}$$

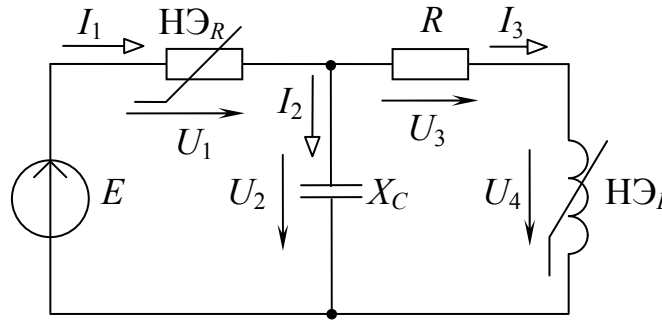
3. Топографическая диаграмма потенциалов и векторная диаграмма токов

$$\underline{\underline{V}} := (0 \quad Vc \quad Vb \quad Va \quad 0)^T \quad \underline{\underline{J}} := (0 \quad II)^T$$



ЗАДАЧА 48. РАСЧЕТ СЛОЖНОЙ НЕЛИНЕЙНОЙ ЦЕПИ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА КОМПЛЕКСНЫМ МЕТОДОМ

1. Схема цепи и параметры элементов



Параметры отдельных элементов схемы заданы в единицах измерения системы SI. Вольтамперные характеристики нелинейных элементов заданы аналитически.

$$E := 70 \quad R := 25 \quad X_C := 30 \quad b := 26 \quad d := 1.8 \cdot 10^{-3}$$

$$U1 = b \cdot (|I1|)^2 \cdot e^{j \cdot \arg(I1)} \quad I3 = d \cdot (|U4|)^4 \cdot e^{j \cdot (\arg(U4) - 90 \deg)}$$

2. Решение задачи методом законов Кирхгофа

Система уравнений Кирхгофа дополнена уравнениями аппроксимации в комплексной форме

$$j := \sqrt{-1} \quad I1 := 1 + j \quad I2 := 1 \quad I3 := 1 \quad U1 := 10 \quad U4 := 10$$

$$\text{Given} \quad I1 - I2 - I3 = 0 \quad U1 - j \cdot I2 \cdot X_C = E \quad U1 + I3 \cdot R + U4 = E$$

$$I3 = d \cdot (|U4|)^4 \cdot e^{j \cdot (\arg(U4) - 90 \deg)} \quad U1 = b \cdot (|I1|)^2 \cdot e^{j \cdot \arg(I1)}$$

$$\begin{pmatrix} I1 \\ I2 \\ I3 \\ U1 \\ U4 \end{pmatrix} := \text{Find}(I1, I2, I3, U1, U4) \quad U2 := I2 \cdot (-j \cdot X_C) \quad U3 := I3 \cdot R$$

Результаты расчета:

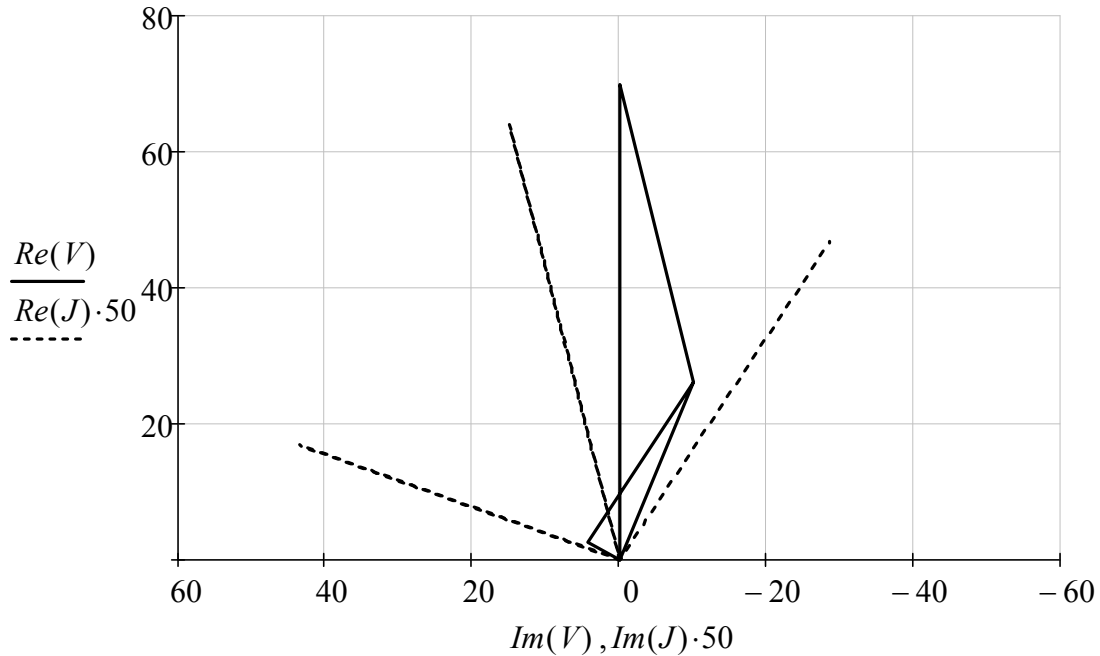
$$\begin{aligned}
 |I1| &= 1.315 & \arg(I1) &= 13.036 \cdot \text{deg} \\
 |I2| &= 0.936 & \arg(I2) &= 68.812 \cdot \text{deg} \\
 |I3| &= 1.105 & \arg(I3) &= -31.402 \cdot \text{deg} \\
 |U1| &= 44.984 & \arg(U1) &= 13.036 \cdot \text{deg} \\
 |U2| &= 28.073 & \arg(U2) &= -21.188 \cdot \text{deg} \\
 |U3| &= 27.628 & \arg(U3) &= -31.402 \cdot \text{deg} \\
 |U4| &= 4.978 & \arg(U4) &= 58.598 \cdot \text{deg}
 \end{aligned}$$

3. Топографическая диаграмма потенциалов и векторная диаграмма токов

$$Vd := 0 \quad Va := E \quad Vb := U2 \quad Vc := U4$$

$$\underline{V} := (Vd \quad Va \quad Vb \quad Vc \quad Vd \quad Vb)^T$$

$$\underline{J} := (0 \quad I1 \quad 0 \quad I2 \quad 0 \quad I3)^T$$

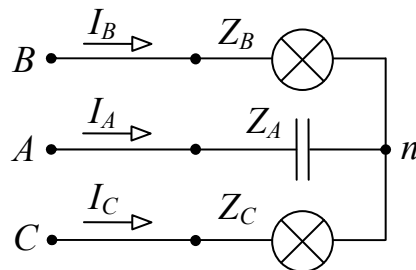


ЗАДАЧА 49. РАСЧЕТ НЕЛИНЕЙНОЙ ТРЕХФАЗНОЙ ЦЕПИ ПРИ СОЕДИНЕНИИ ФАЗ НАГРУЗКИ ЗВЕЗДОЙ БЕЗ НУЛЕВОГО ПРОВОДА

1. Условие задачи

Для экспериментального определения порядка следования фаз в трехфазной системе собирается трехфазная электрическая цепь по схеме звезды без нулевого провода, в которой в одну из фаз включается конденсатор емкостью C , а в две другие фазы включаются электрические лампочки с номинальным напряжением U_n и номинальной мощностью P_n . Требуется по накалу лампочек установить порядок следования фаз трехфазного источника.

2. Схема цепи и параметры элементов



$$f := 50$$

$$U_n := 220$$

$$C := .5 \times 10^{-6}$$

$$P_n := 40$$

$$U_f := 220$$

$$j := \sqrt{-1}$$

$$U_a := U_f e^{j \cdot 0 \deg} \quad U_b := U_f e^{-j \cdot 120 \deg} \quad U_c := U_f e^{j \cdot 120 \deg}$$

3. Решение задачи методом линейной электротехники

3.1. Комплексные сопротивления фаз нагрузки (сопротивления ламп принимаем постоянными и равными их номинальным значениям)

$$R_n := \frac{U_n^2}{P_n} = 1.21 \times 10^3 \quad X_c := \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C} = 6.366 \times 10^3$$

$$Z_a := -j \cdot X_c$$

$$Z_b := R_n$$

$$Z_c := R_n$$

3.2. Расчет напряжений и токов по методу двух узлов

$$V_n := \frac{\frac{U_a}{Z_a} + \frac{U_b}{Z_b} + \frac{U_c}{Z_c}}{\frac{1}{Z_a} + \frac{1}{Z_b} + \frac{1}{Z_c}} \quad |V_n| = 111.467 \quad \arg(U_n) = 0 \cdot \text{deg}$$

$$U_{an} := U_a - V_n \quad |U_{an}| = 328.52 \quad \arg(U_{an}) = -5.429 \cdot \text{deg}$$

$$U_{bn} := U_b - V_n \quad |U_{bn}| = 221.626 \quad \arg(U_{bn}) = -90.764 \cdot \text{deg}$$

$$U_{cn} := U_c - V_n \quad |U_{cn}| = 159.473 \quad \arg(U_{cn}) = 91.061 \cdot \text{deg}$$

$$I_a := \frac{U_{an}}{Z_a} \quad |I_a| = 0.052 \quad \arg(I_a) = 84.571 \cdot \text{deg}$$

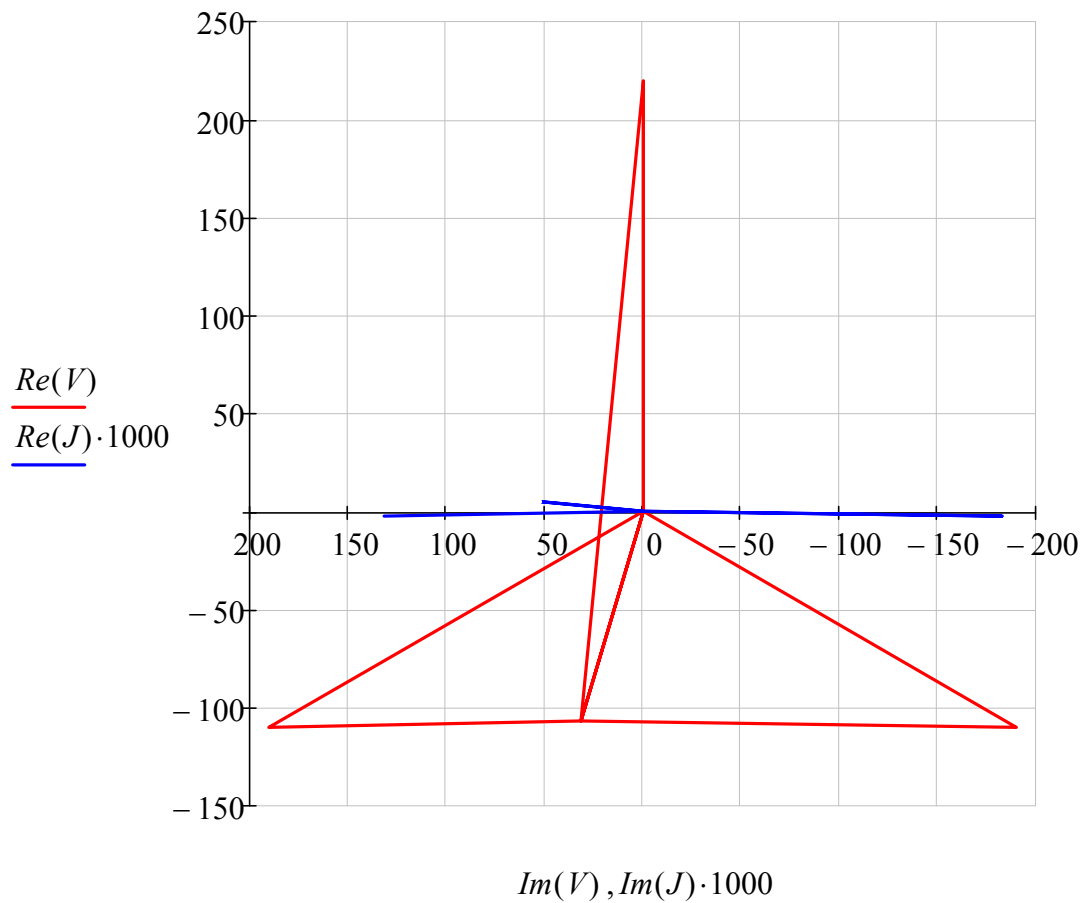
$$I_b := \frac{U_{bn}}{Z_b} \quad |I_b| = 0.183 \quad \arg(I_b) = -90.764 \cdot \text{deg}$$

$$I_c := \frac{U_{cn}}{Z_c} \quad |I_c| = 0.132 \quad \arg(I_c) = 91.061 \cdot \text{deg}$$

3.3. Топографическая диаграмма потенциалов и векторная диаграмма токов

$$\underline{V} := (\underset{\text{www}}{0} \quad Ua \quad Vn \quad 0 \quad Ub \quad Vn \quad 0 \quad Uc \quad Vn \quad 0)^T$$

$$\underline{J} := \begin{pmatrix} 0 & I_a & 0 & I_b & 0 & I_c \end{pmatrix}^T$$



4. Решение задачи методом нелинейной электротехники

4.1. Сопротивление лампочек накаливания зависит от температуры нити, и эта зависимость может быть представлена нелинейной функцией вида $U = a \cdot I^2$, где коэффициент аппроксимации a может быть определен по номинальным параметрам.

$$a := \frac{U_n^3}{P_n^2} = 6.655 \times 10^3$$

4.2. Система нелинейных уравнений, составленная для схемы по законам Кирхгофа и ее решение

$$\underline{I_a} := 1 \quad \underline{I_b} := 1 \quad \underline{I_c} := 1 \quad \underline{U_{cn}} := 10 + j \cdot 10 \quad \underline{U_{bn}} := 10 + j \cdot 10$$

$$\text{Given} \quad \underline{I_a} \cdot (-j \cdot X_c) - \underline{U_{bn}} = \underline{U_a} - \underline{U_b} \quad \underline{U_{cn}} - \underline{I_a} \cdot (-j \cdot X_c) = \underline{U_c} - \underline{U_a}$$

$$\underline{U_{cn}} = a \cdot (|\underline{I_c}|)^2 \cdot e^{j \cdot \arg(\underline{I_c})} \quad \underline{U_{bn}} = a \cdot (|\underline{I_b}|)^2 \cdot e^{j \cdot \arg(\underline{I_b})}$$

$$\underline{I_a} + \underline{I_b} + \underline{I_c} = 0$$

$$\begin{pmatrix} \underline{I_a} \\ \underline{I_b} \\ \underline{I_c} \\ \underline{U_{bn}} \\ \underline{U_{cn}} \end{pmatrix} := \text{Find}(\underline{I_a}, \underline{I_b}, \underline{I_c}, \underline{U_{bn}}, \underline{U_{cn}})$$

$$\underline{U_{an}} := \underline{I_a} \cdot (-j \cdot X_c) \quad \underline{V_n} := \underline{U_a} - \underline{U_{an}}$$

$$|\underline{I_a}| = 0.052 \quad \arg(\underline{I_a}) = 80.087 \cdot \text{deg}$$

$$|\underline{I_b}| = 0.193 \quad \arg(\underline{I_b}) = -91.124 \cdot \text{deg}$$

$$|\underline{I_c}| = 0.142 \quad \arg(\underline{I_c}) = 92.079 \cdot \text{deg}$$

$$|\underline{V_n}| = 119.518 \quad \arg(\underline{V_n}) = 151.613 \cdot \text{deg}$$

$$|\underline{U_{an}}| = 330.074 \quad \arg(\underline{U_{an}}) = -9.913 \cdot \text{deg}$$

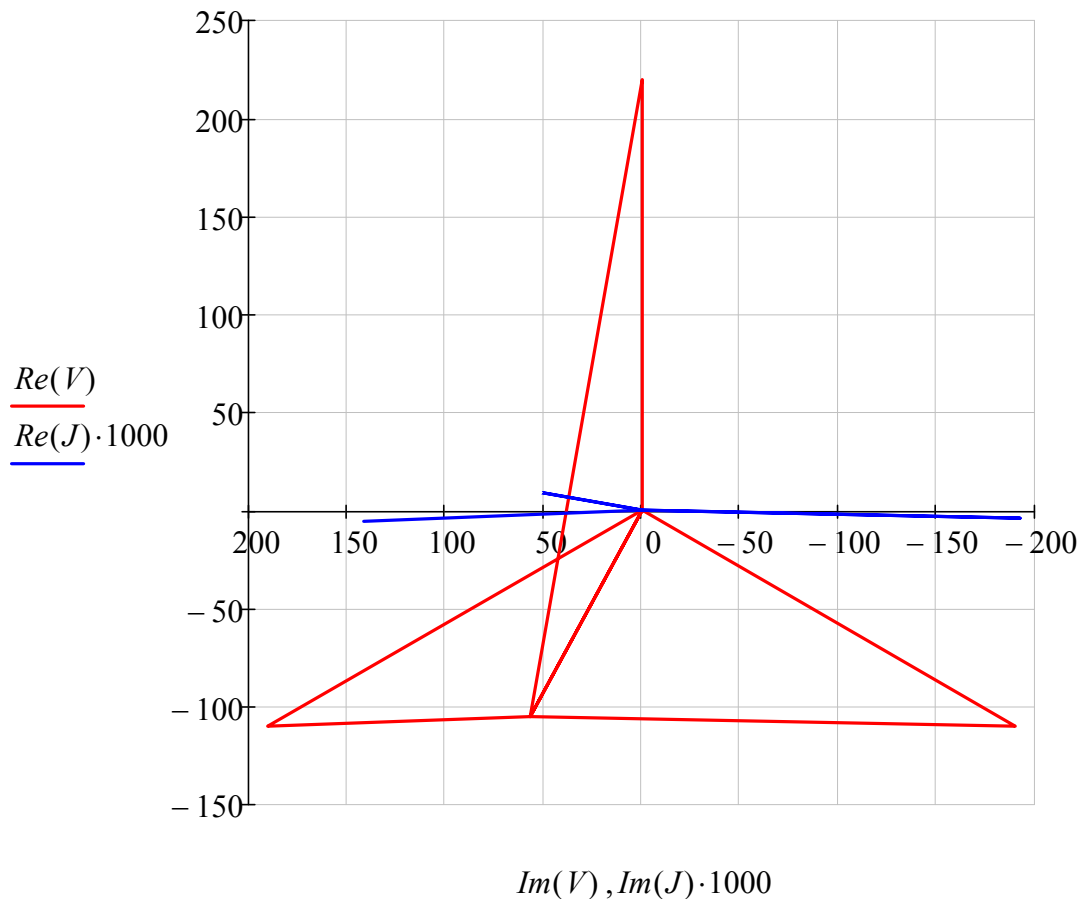
$$|\underline{U_{bn}}| = 247.395 \quad \arg(\underline{U_{bn}}) = -91.124 \cdot \text{deg}$$

$$|\underline{U_{cn}}| = 133.792 \quad \arg(\underline{U_{cn}}) = 92.079 \cdot \text{deg}$$

4.3. Топографическая диаграмма потенциалов и векторная диаграмма токов

$$V := (0 \ U_a \ V_n \ 0 \ U_b \ V_n \ 0 \ U_c \ V_n \ 0)^T$$

$$J := (0 \ I_a \ 0 \ I_b \ 0 \ I_c)^T$$



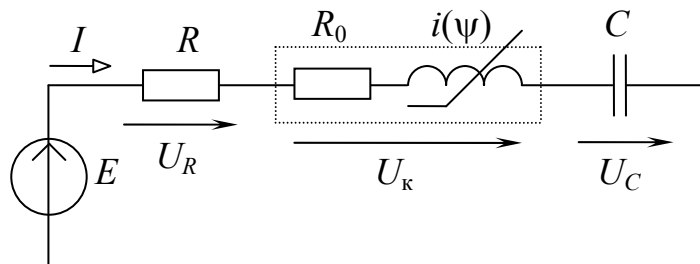
5. Выводы

5.1. По отношению к фазе с конденсатором C на отстающей фазе нагрузки напряжение больше (лампочка горит ярко), а на опережающей фазе напряжение меньше (лампочка горит тускло). Исходя из этого визуального наблюдения устанавливается порядок следования фаз источника $A-B-C$.

5.2. Расхождение в результатах расчета двумя методами составило около 10%, что указывает на тот факт, что для точного решения этой задачи следует применять методы нелинейной электротехники.

ЗАДАЧА 50. РАСЧЕТ ПРОСТОЙ НЕЛИНЕЙНОЙ ЦЕПИ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА ЧИСЛЕННЫМ МЕТОДОМ

1. Схема цепи и параметры элементов



$$j := \sqrt{-1} \quad R := 45 \quad R_0 := 4 \quad C := 45 \cdot 10^{-6} \quad a := .02 \quad b := 20$$

$$i = a \cdot \sinh(b \cdot \psi) \quad E_m := 170 \quad f := 50 \quad \omega := 2\pi f \quad \alpha := 0deg$$

$$T := \frac{1}{f} \quad e(t) := E_m \cdot \sin(\omega t + \alpha)$$

2. Система дифференциальных уравнений и ее решение

$$i \cdot R + i \cdot R_0 + \frac{d}{dt} \psi + uc = e(t)$$

$$i = \frac{d}{dt} uc \quad i = a \cdot \sinh(b \cdot \psi)$$

$$\frac{d}{dt} \psi = -(R + R_0) \cdot (a \cdot \sinh(b \cdot \psi)) - uc + e(t)$$

$$\frac{d}{dt} uc = \frac{1}{C} \cdot (a \cdot \sinh(b \cdot \psi))$$

$$\underline{N} := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad D(t, X) := \begin{bmatrix} -(R + Ro) \cdot (a \cdot \sinh(b \cdot X_0)) - X_1 + e(t) \\ \frac{1}{C} \cdot (a \cdot \sinh(b \cdot X_0)) \end{bmatrix}$$

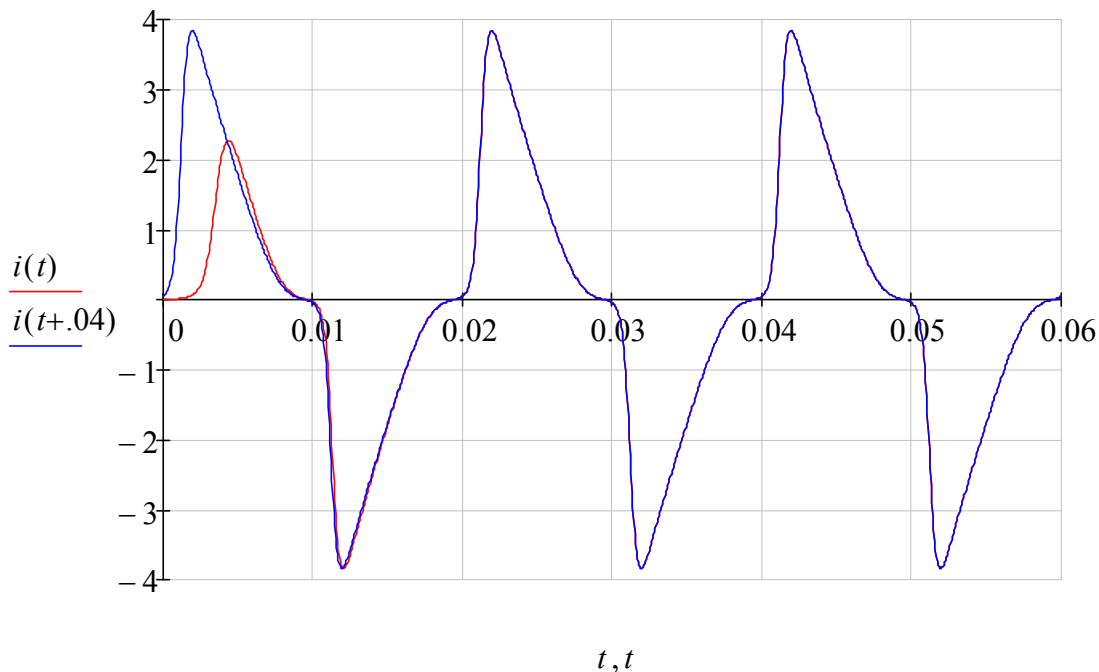
$$\underline{F} := rkfixed(N, 0, 0.1, 5000, D)$$

$$tn := F^{(0)} \quad \psi n := F^{(1)} \quad ucn := F^{(2)} \quad \underline{in} := a \cdot \sinh(b \cdot \psi n)$$

$$\psi(t) := linterp(tn, \psi n, t) \quad uc(t) := linterp(tn, ucn, t)$$

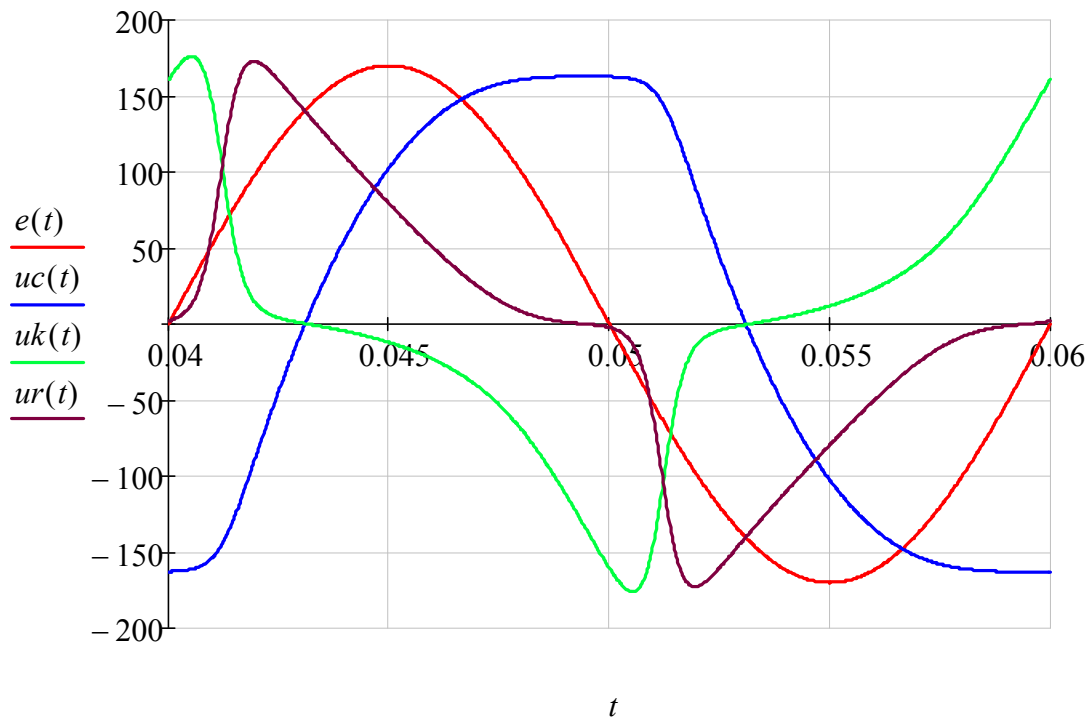
$$i(t) := a \cdot \sinh(b \cdot \psi(t)) \quad ur(t) := i(t) \cdot R \quad uk(t) := e(t) - ur(t) - uc(t)$$

3. Определение времени переходного процесса



Вывод: время переходного процесса составляет примерно $T_{п} = .025$ с

4. Графические диаграммы функций напряжений



5. Обработка результатов расчета для 3-го периода

5.1. Максимальное и минимальное значения

$$I_{max} := \max(in) = 3.838$$

5.2. Среднее значение по модулю

$$I_s := \frac{1}{T} \cdot \int_{2T}^{3T} |i(t)| dt = 1.466$$

5.3. Среднеквадратичные (действующие) значения величин

$$I_d := \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_{2T}^{3T} i(t)^2 dt} = 1.957$$

5.4. Комплексное действующее значение основной гармоники:

$$\underline{II} := \frac{\sqrt{2}}{T} \cdot \left(\int_{2T}^{3T} i(t) \cdot \sin(\omega \cdot t) dt + j \cdot \int_{2T}^{3T} i(t) \cdot \cos(\omega \cdot t) dt \right)$$

$$II = 1.561 + 0.898j \quad |II| = 1.801 \quad \arg(II) = 29.91 \cdot \deg$$

5.5. Действующие значения высших гармоник:

$$I_g := \sqrt{I_d^2 - (|II|)^2} = 0.766$$

5.6. Коэффициенты функции $i(t)$:

$$K_a := \frac{I_{max}}{I_d} = 1.962 \quad K_\phi := \frac{I_d}{I_s} = 1.334 \quad K_u := \frac{I_g}{|II|} = 0.425$$

5.7. Гармонический состав функции $i(t)$:

$$M := 9 \quad k := 1..M$$

$$Im_k := \frac{2}{T} \cdot \left(\int_{2T}^{3T} i(t) \cdot \sin(k \cdot \omega \cdot t) dt + j \cdot \int_{2T}^{3T} i(t) \cdot \cos(k \cdot \omega \cdot t) dt \right)$$

$$\overrightarrow{|Im_k|} =$$

2.547
$1.684 \cdot 10^{-5}$
0.904
$1.714 \cdot 10^{-5}$
0.483
$1.487 \cdot 10^{-5}$
0.276
$1.192 \cdot 10^{-5}$
0.167

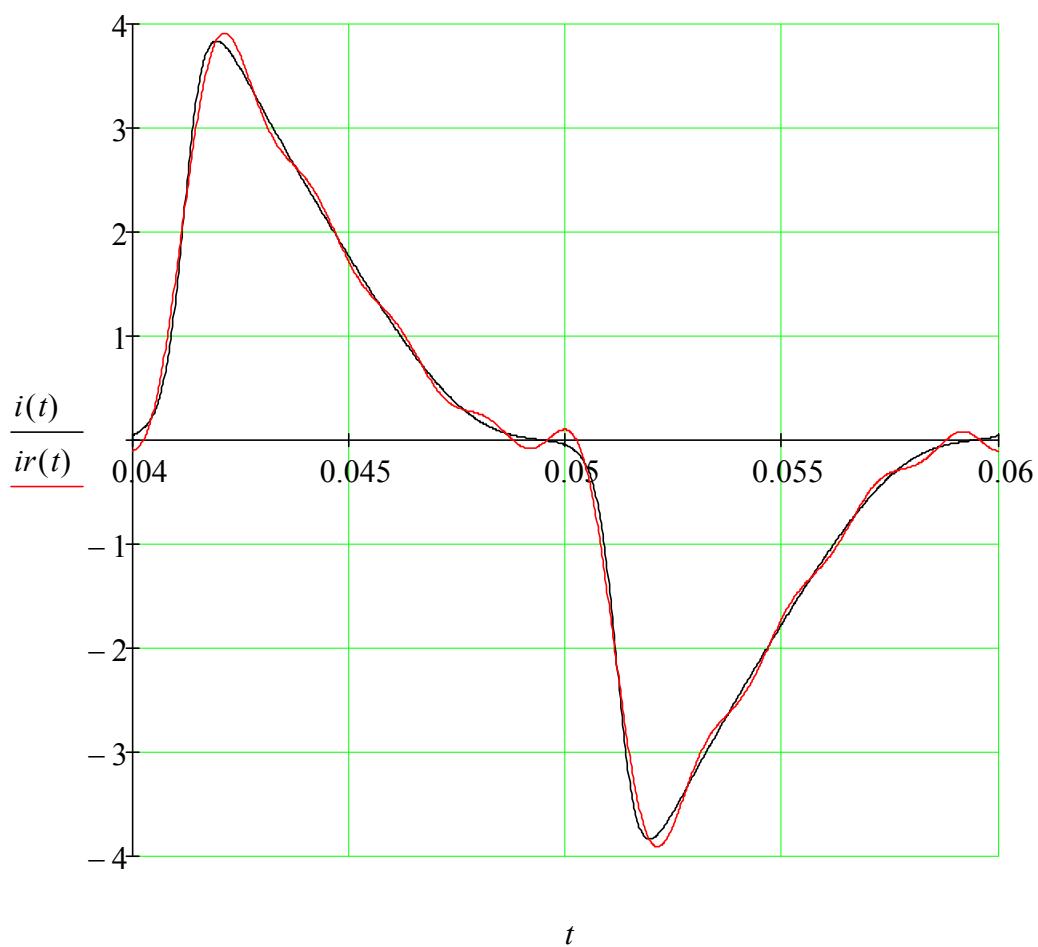
$$arg(Im_k) =$$

29.91
-110.271
-57.89
-163.509
-99.424
149.677
-145.181
105.197
169.731

$$\cdot deg$$

$$ir(t) := \sum_{k=1}^M (|Im_k| \cdot \sin(k \cdot \omega \cdot t + arg(Im_k)))$$

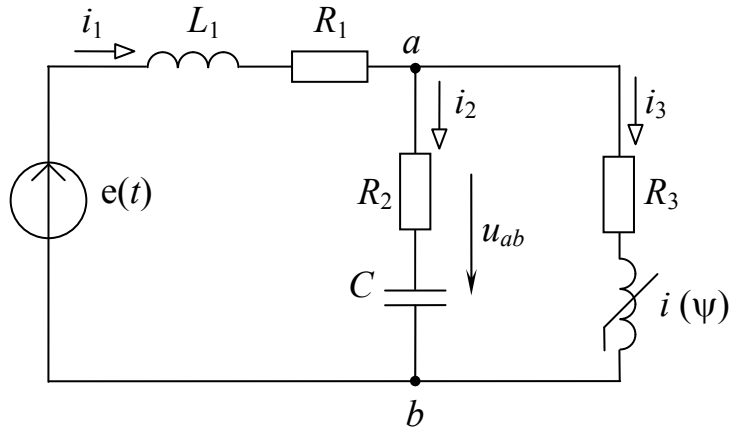
5.8. Совмещенная диаграмма исходной $i(t)$ и расчетной $ir(t)$ функций



Вывод: незначительные отклонения в некоторых точках расчетной функции от заданной объясняются тем, что в расчетной функции не учтены гармоники выше 9-ой.

ЗАДАЧА 51. РАСЧЕТ СЛОЖНОЙ НЕЛИНЕЙНОЙ ЦЕПИ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА ЧИСЛЕННЫМ МЕТОДОМ

1. Схема цепи и параметры элементов



$$\begin{aligned}
 R1 &:= 30 & R2 &:= 25 & R3 &:= 20 & C &:= 78 \times 10^{-6} & L1 &:= 0.05 \\
 a &:= 0.7 & b &:= 100 & m &:= 9 & i3 &= a \cdot \psi + b \cdot \psi^m & Em &:= 500 \\
 f &:= 50 & \alpha &:= -30 \text{deg} & \omega &:= 2\pi f & T &:= \frac{1}{f} & e(t) &:= Em \cdot \sin(\omega \cdot t + \alpha)
 \end{aligned}$$

2. Система дифференциальных уравнений

$$\begin{aligned}
 i1 \cdot R1 + L1 \cdot \frac{d}{dt} i1 + i2 \cdot R2 + U_c &= u(t) & -i2 \cdot R2 - U_c + i3 \cdot R3 + \frac{d}{dt} \psi &= 0 \\
 i2 &= C \cdot \frac{dU_c}{dt} & i1 - i2 - i3 &= 0 & i3 &= a \cdot \psi + b \cdot \psi^m
 \end{aligned}$$

3. Решение системы дифференциальных уравнений

$$\begin{aligned}
 \frac{d}{dt} i1 &= \frac{-(R1 + R2) \cdot i1}{L1} + \frac{R2}{L1} \cdot (a \cdot \psi + b \cdot \psi^m) - \frac{1}{L1} U_c + \frac{1}{L1} u(t) \\
 \frac{d}{dt} \psi &= R2 \cdot i1 - (R2 + R3) \cdot (a \cdot \psi + b \cdot \psi^m) + U_c + 0 \\
 \frac{d}{dt} U_c &= \frac{1}{C} i1 - \frac{1}{C} (a \cdot \psi + b \cdot \psi^m) + 0 \\
 a11 &:= \frac{-(R1 + R2)}{L1} & a12 &:= \frac{R2}{L1} & a13 &:= \frac{-1}{L1} & b1 &:= \frac{1}{L1} \\
 a21 &:= R2 & a22 &:= -(R2 + R3) & a23 &:= 1 & a31 &:= \frac{1}{C} & a32 &:= \frac{-1}{C}
 \end{aligned}$$

$$\underline{N} := (0 \ 0 \ 0)^T$$

$$\underline{F}(t, X) := \begin{bmatrix} a11 \cdot X_0 + a12 \cdot [a \cdot X_1 + b \cdot (X_1)^m] + a13 \cdot X_2 + b1 \cdot (e(t)) \\ a21 \cdot X_0 + a22 \cdot [a \cdot X_1 + b \cdot (X_1)^m] + a23 \cdot X_2 \\ a31 \cdot X_0 + a32 \cdot [a \cdot X_1 + b \cdot (X_1)^m] \end{bmatrix}$$

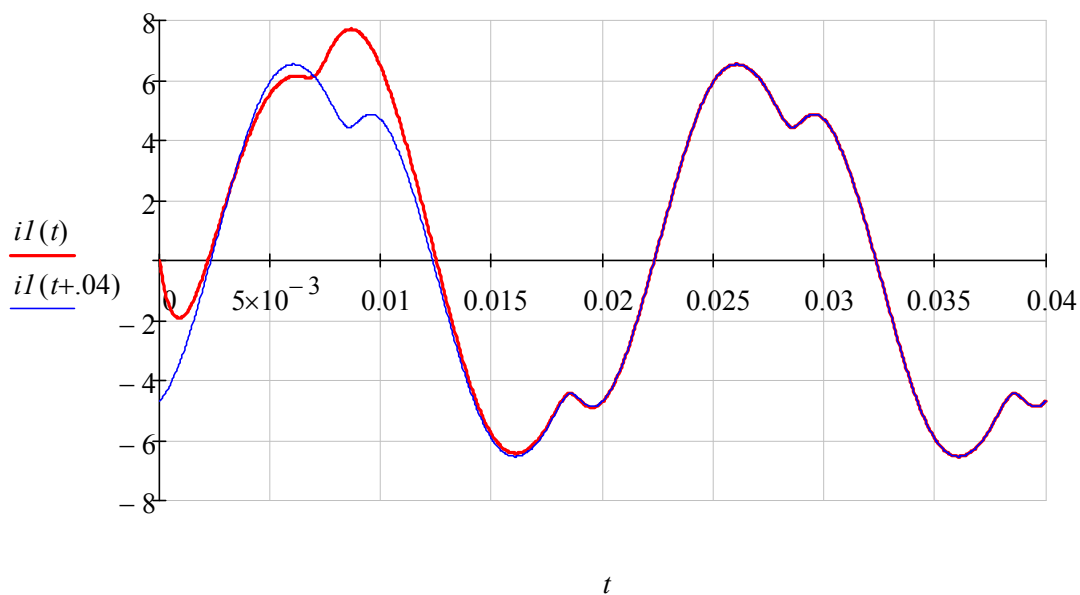
$$Z := rkfixed(N, 0, 0.1, 5000, F)$$

$$tn := Z^{(0)} \quad i1n := Z^{(1)} \quad \psi n := Z^{(2)} \quad ucn := Z^{(3)}$$

$$i1(t) := \text{lininterp}(tn, i1n, t) \quad \psi(t) := \text{lininterp}(tn, \psi n, t) \quad uc(t) := \text{lininterp}(tn, ucn, t)$$

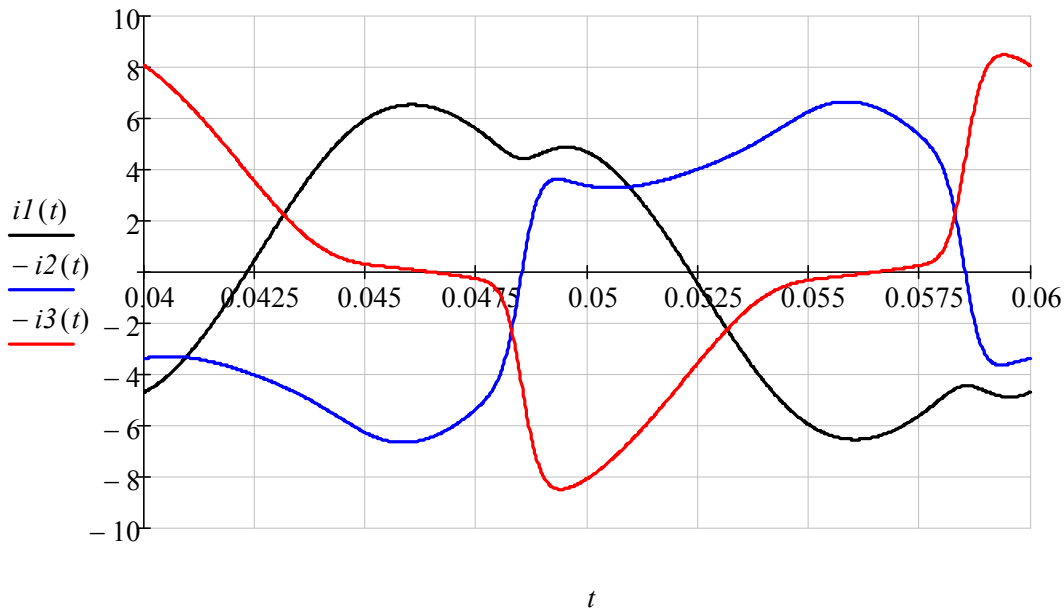
$$i3(t) := a \cdot \psi(t) + b \cdot \psi(t)^m \quad i2(t) := i1(t) - i3(t) \quad Uab(t) := uc(t) + i2(t) \cdot R2$$

4. Определение времени переходного процесса



Вывод: время переходного процесса составляет примерно $Tn = .03$ с

5. Графические диаграммы функций $i(t)$



6. Обработка результатов расчета для 3-го периода

6.1. Среднеарифметические значения (постоянные составляющие)

$$I1sa := \frac{1}{T} \cdot \int_{2T}^{3T} i1(t) dt = 7.649 \times 10^{-7}$$

$$I2sa := \frac{1}{T} \cdot \int_{2T}^{3T} i2(t) dt = 9.08 \times 10^{-8}$$

$$I3sa := \frac{1}{T} \cdot \int_{2T}^{3T} i3(t) dt = 2.859 \times 10^{-8}$$

6.2. Средние значения по модулю (средневыпрямленные значения)

$$I1sm := \frac{1}{T} \cdot \int_{2T}^{3T} |i1(t)| dt = 4.291$$

$$I2sm := \frac{1}{T} \cdot \int_{2T}^{3T} |i2(t)| dt = 4.53$$

$$I3sm := \frac{1}{T} \cdot \int_{2T}^{3T} |i3(t)| dt = 3.19$$

6.3. Среднеквадратичные значения (действующие значения)

$$I1d := \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_{2T}^{3T} i1(t)^2 dt} = 4.649$$

$$I2d := \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_{2T}^{3T} i2(t)^2 dt} = 4.753$$

$$I3d := \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_{2T}^{3T} i3(t)^2 dt} = 4.425$$

6.4. Гармонические составы функций токов

$$M := 9 \quad k := 1 .. M \quad j := \sqrt{-1}$$

$$I1m_k := \frac{2}{T} \cdot \left(\int_{2T}^{3T} i1(t) \cdot \sin(k \cdot \omega \cdot t) dt + j \int_{2T}^{3T} i1(t) \cdot \cos(k \cdot \omega \cdot t) dt \right)$$

$$i1g(t) := \sum_{k=1}^M (|I1m_k| \cdot \sin(k \cdot \omega \cdot t + \arg(I1m_k)))$$

$$\overrightarrow{|I1m_k|} =$$

6.486
$1.721 \cdot 10^{-7}$
1.034
$1.091 \cdot 10^{-7}$
0.265
$7.738 \cdot 10^{-8}$
0.129
$5.954 \cdot 10^{-8}$
0.065

$$\arg(I1m_k) =$$

-38.203
46.984
-161.51
28.326
-116.591
19.605
-74.401
14.489
-21.712

$$\cdot deg$$

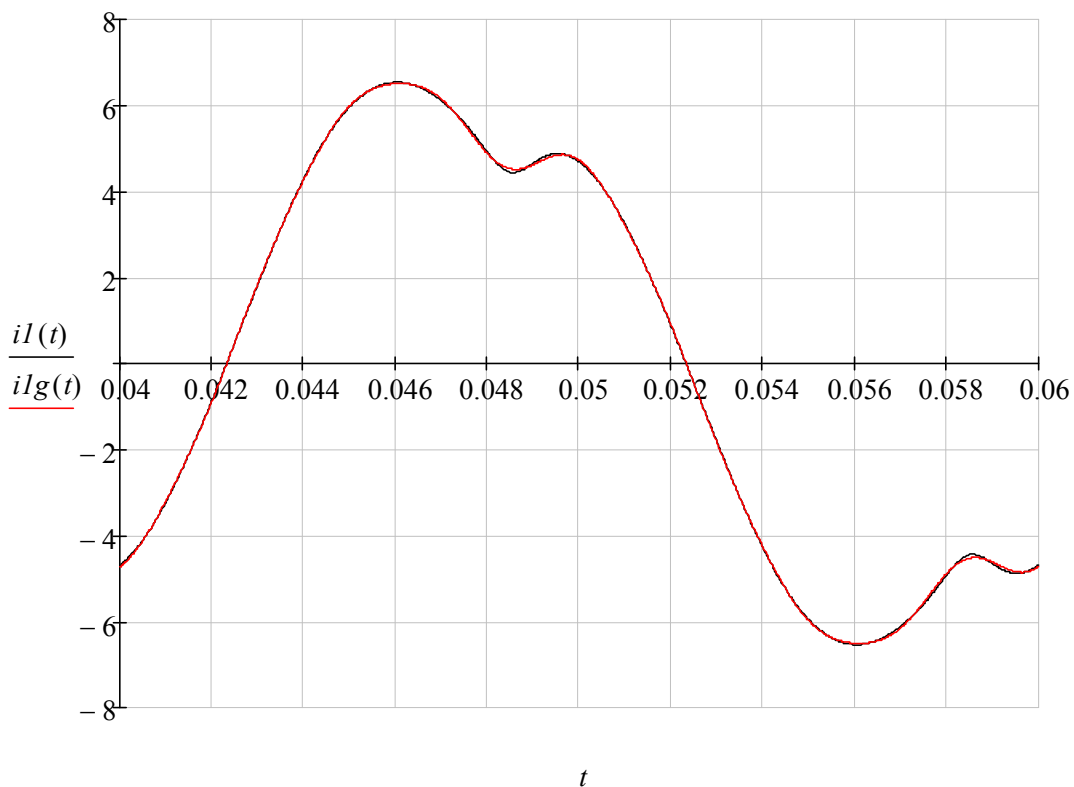
$$I2m_k := \frac{2}{T} \cdot \left(\int_{2T}^{3T} i2(t) \cdot \sin(k \cdot \omega \cdot t) dt + j \int_{2T}^{3T} i2(t) \cdot \cos(k \cdot \omega \cdot t) dt \right)$$

$$i2g(t) := \sum_{k=1}^M (|I2m_k| \cdot \sin(k \cdot \omega \cdot t + \arg(I2m_k)))$$

$$I3m_k := \frac{2}{T} \cdot \left(\int_{2T}^{3T} i3(t) \cdot \sin(k \cdot \omega \cdot t) dt + j \int_{2T}^{3T} i3(t) \cdot \cos(k \cdot \omega \cdot t) dt \right)$$

$$i3g(t) := \sum_{k=1}^M (|I3m_k| \cdot \sin(k \cdot \omega \cdot t + \arg(I3m_k)))$$

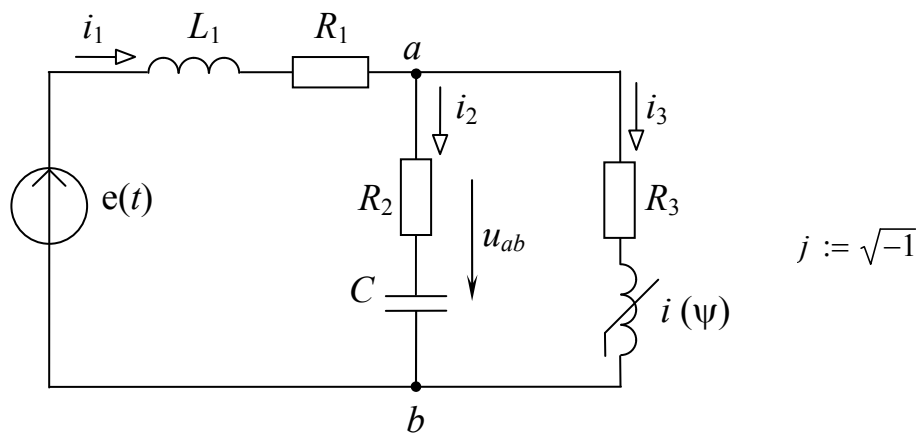
6.5. Совмещенная диаграмма исходной $iI(t)$ и расчетной $iIg(t)$ функций



Вывод: незначительные отклонения в некоторых точках расчетной функции от заданной объясняются тем, что в расчетной функции не учтены гармоники выше 9-ой

ЗАДАЧА 52. РАСЧЕТ СЛОЖНОЙ НЕЛИНЕЙНОЙ ЦЕПИ ПЕРЕМЕННОГО НЕСИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА ЧИСЛЕННЫМ МЕТОДОМ

1. Схема цепи и параметры элементов



$$\begin{aligned}
 R1 &:= 30 & R2 &:= 25 & R3 &:= 20 & C &:= 80 \times 10^{-6} & L1 &:= 0.05 \\
 a &:= 0.639 & b &:= 100 & m &:= 9 & f &:= 50 & \omega &:= 2\pi f & T &:= \frac{1}{f} \\
 Eo &:= 100 & Elm &:= 400 & \alpha 1 &:= -30deg & E2m &:= 100 & \alpha 2 &:= 20deg \\
 e(t) &:= Eo + Elm \cdot \sin(\omega \cdot t + \alpha 1) + E2m \cdot \sin(2\omega \cdot t + \alpha 2)
 \end{aligned}$$

2. Система дифференциальных уравнений

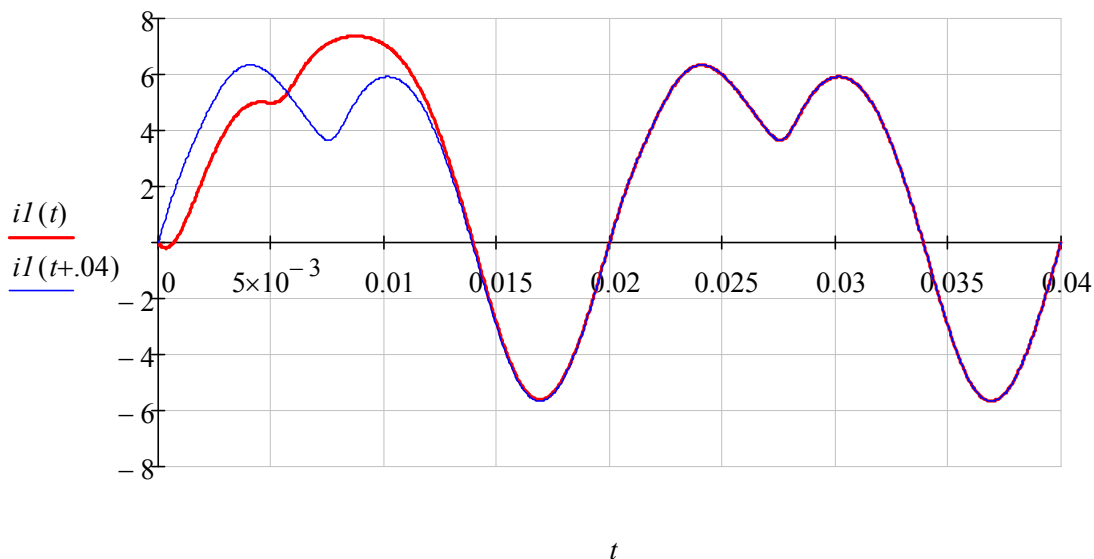
$$\begin{aligned}
 i1 \cdot R1 + L1 \cdot \frac{d}{dt} i1 + i2 \cdot R2 + uc &= e(t) & -i2 \cdot R2 - uc + i3 \cdot R3 + \frac{d}{dt} \psi &= 0 \\
 i2 &= C \cdot \frac{duc}{dt} & i1 - i2 - i3 &= 0 & i3 &= a \cdot \psi + b \cdot \psi^m
 \end{aligned}$$

3. Решение системы дифференциальных уравнений

$$\begin{aligned}
 \frac{d}{dt} i1 &= \frac{-(R1 + R2) \cdot i1}{L1} + \frac{R2}{L1} \cdot (a \cdot \psi + b \cdot \psi^m) - \frac{1}{L1} Uc + \frac{1}{L1} u(t) \\
 \frac{d}{dt} \psi &= R2 \cdot i1 - (R2 + R3) \cdot (a \cdot \psi + b \cdot \psi^m) + uc + 0 \\
 \frac{d}{dt} Uc &= \frac{1}{C} i1 - \frac{1}{C} (a \cdot \psi + b \cdot \psi^m) + 0
 \end{aligned}$$

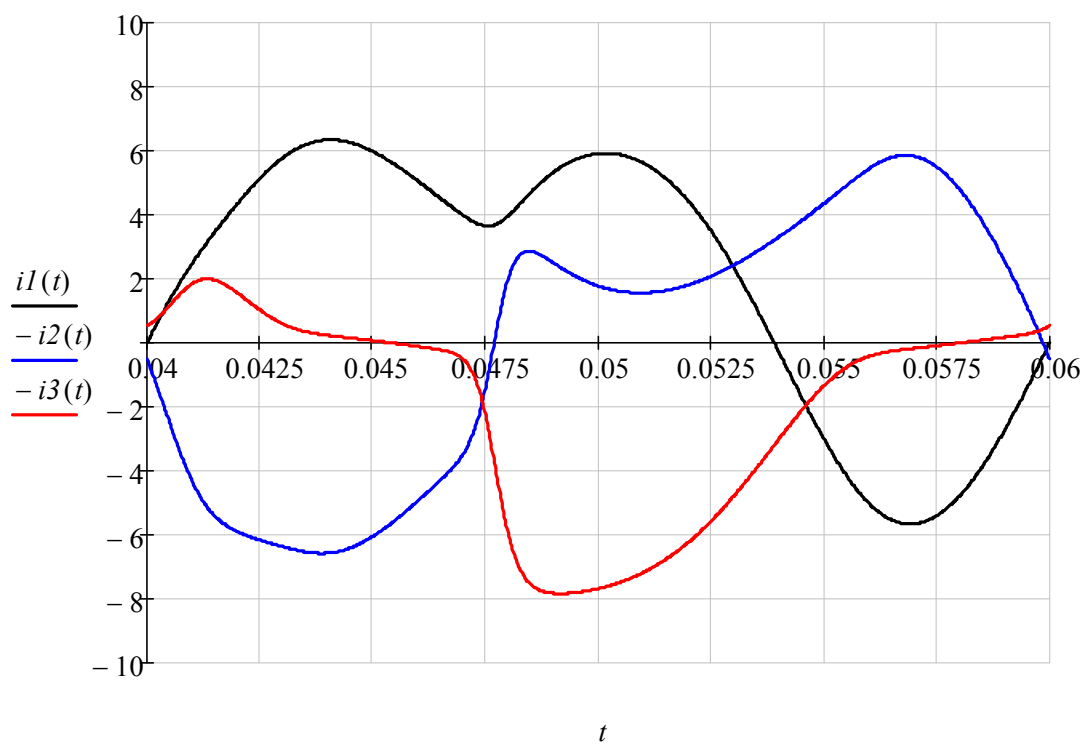
$$\begin{aligned}
a_{11} &:= \frac{-(R1 + R2)}{L1} & a_{12} &:= \frac{R2}{L1} & a_{13} &:= \frac{-1}{L1} & b1 &:= \frac{1}{L1} \\
a_{21} &:= R2 & a_{22} &:= -(R2 + R3) & a_{23} &:= 1 & a_{31} &:= \frac{1}{C} & a_{32} &:= \frac{-1}{C} \\
\mathbf{N} &:= (0 \ 0 \ 0)^T \\
\mathbf{F}(t, \mathbf{X}) &:= \begin{bmatrix} a_{11} \cdot X_0 + a_{12} \cdot [a \cdot X_1 + b \cdot (X_1)^m] + a_{13} \cdot X_2 + b1 \cdot e(t) \\ a_{21} \cdot X_0 + a_{22} \cdot [a \cdot X_1 + b \cdot (X_1)^m] + a_{23} \cdot X_2 \\ a_{31} \cdot X_0 + a_{32} \cdot [a \cdot X_1 + b \cdot (X_1)^m] \end{bmatrix} \\
\mathbf{Z} &:= \text{rkfixed}(\mathbf{N}, 0, 0.1, 5000, \mathbf{F}) \\
t_n &:= Z^{\langle 0 \rangle} & i1_n &:= Z^{\langle 1 \rangle} & \psi_n &:= Z^{\langle 2 \rangle} & ucn &:= Z^{\langle 3 \rangle} \\
i1(t) &:= \text{linterp}(t_n, i1_n, t) & \psi(t) &:= \text{linterp}(t_n, \psi_n, t) & uc(t) &:= \text{linterp}(t_n, ucn, t) \\
i3(t) &:= a \cdot \psi(t) + b \cdot \psi(t)^m & i2(t) &:= i1(t) - i3(t) & u23(t) &:= i2(t) \cdot R2 + uc(t) \\
u1(t) &:= e(t) - u23(t)
\end{aligned}$$

4. Определение времени переходного процесса

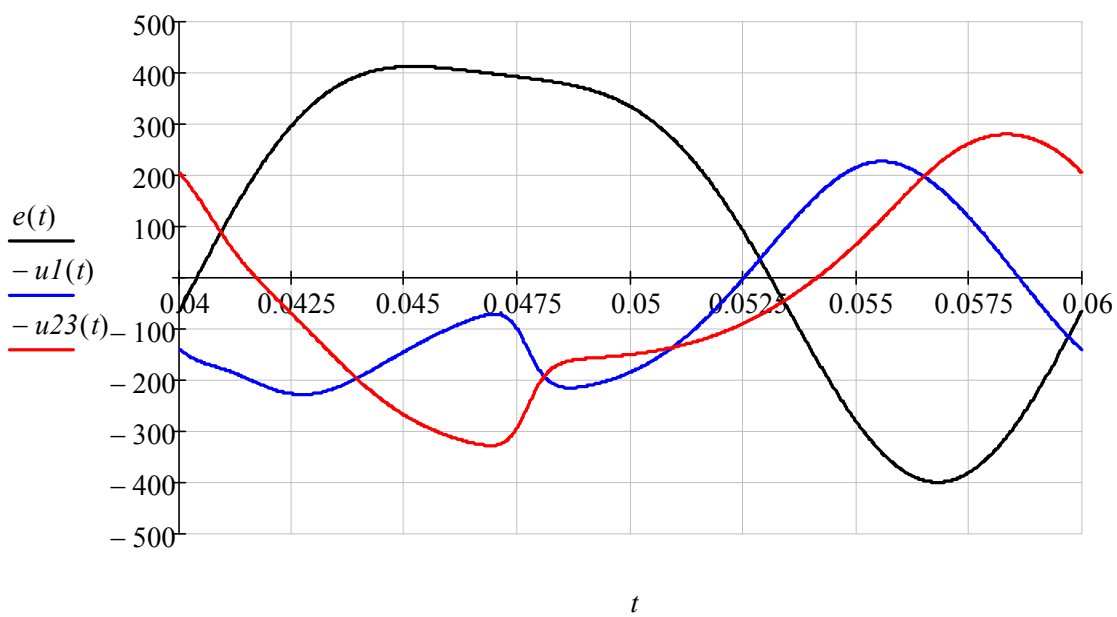


Вывод: время переходного процесса составляет примерно $T_n = .03$ с

5.1. Графические диаграммы функций $i(t)$



5.2. Графические диаграммы функций $u(t)$



6. Обработка результатов расчета для 3-го периода

6.1. Среднеарифметические значения (постоянные составляющие)

$$I_{Io} := \frac{1}{T} \cdot \int_{2T}^{3T} i1(t) dt = 2$$

$$I_{2o} := \frac{1}{T} \cdot \int_{2T}^{3T} i2(t) dt = 2.168 \times 10^{-5}$$

$$I_{3o} := \frac{1}{T} \cdot \int_{2T}^{3T} i3(t) dt = 2$$

$$U_{Io} := \frac{1}{T} \cdot \int_{2T}^{3T} u1(t) dt = 60$$

$$U_{23o} := \frac{1}{T} \cdot \int_{2T}^{3T} u23(t) dt = 40$$

6.2. Средние значения по модулю (средневыпрямленные значения)

$$I_{Is} := \frac{1}{T} \cdot \int_{2T}^{3T} |i1(t)| dt = 4.184$$

$$I_{2s} := \frac{1}{T} \cdot \int_{2T}^{3T} |i2(t)| dt = 3.815$$

$$I_{3s} := \frac{1}{T} \cdot \int_{2T}^{3T} |i3(t)| dt = 2.501$$

$$U_{Is} := \frac{1}{T} \cdot \int_{2T}^{3T} |u1(t)| dt = 145.629$$

$$U_{23s} := \frac{1}{T} \cdot \int_{2T}^{3T} |u23(t)| dt = 168.321$$

6.3. Среднеквадратичные значения (действующие значения)

$$I_{Id} := \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_{2T}^{3T} i1(t)^2 dt} = 4.516$$

$$I2d := \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_{2T}^{3T} i2(t)^2 dt} = 4.228$$

$$I3d := \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_{2T}^{3T} i3(t)^2 dt} = 3.772$$

$$U1d := \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_{2T}^{3T} u1(t)^2 dt} = 158.819$$

$$U23d := \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_{2T}^{3T} u23(t)^2 dt} = 191.758$$

6.4. Мощности источника и приемников:

$$Pe := \frac{1}{T} \cdot \int_{2T}^{3T} e(t) i1(t) dt = 1.343 \times 10^3$$

$$P1 := \frac{1}{T} \cdot \int_{2T}^{3T} u1(t) i1(t) dt = 611.723$$

$$P2 := \frac{1}{T} \cdot \int_{2T}^{3T} u23(t) i2(t) dt = 446.852$$

$$P3 := \frac{1}{T} \cdot \int_{2T}^{3T} u23(t) i3(t) dt = 284.581$$

$$\sum P = 1.343 \times 10^3$$

6.4. Гармонические составы функций токов

$$M := 9 \quad k := 1 .. M$$

$$IIm_k := \frac{2}{T} \cdot \left(\int_{2T}^{3T} i1(t) \cdot \sin(k \cdot \omega \cdot t) dt + j \int_{2T}^{3T} i1(t) \cdot \cos(k \cdot \omega \cdot t) dt \right)$$

$$ilg(t) := IIo + \sum_{k=1}^M (|IIm_k| \cdot \sin(k \cdot \omega \cdot t + \arg(IIm_k)))$$

$\overrightarrow{ IIm_k }$	$=$	$arg(IIm_k)$
5.075		-0.594
2.619		0.275
0.277		-2.749
0.251		1.827
0.104		-0.539
0.058		2.593
0.067		0.49
0.031		-1.708
0.022		1.705

$$I2m_k := \frac{2}{T} \cdot \left(\int_{2T}^{3T} i2(t) \cdot \sin(k \cdot \omega \cdot t) dt + j \int_{2T}^{3T} i2(t) \cdot \cos(k \cdot \omega \cdot t) dt \right)$$

$$i2g(t) := I2o + \sum_{k=1}^M (|I2m_k| \cdot \sin(k \cdot \omega \cdot t + arg(I2m_k)))$$

$$I3m_k := \frac{2}{T} \cdot \left(\int_{2T}^{3T} i3(t) \cdot \sin(k \cdot \omega \cdot t) dt + j \int_{2T}^{3T} i3(t) \cdot \cos(k \cdot \omega \cdot t) dt \right)$$

$$i3g(t) := I3o + \sum_{k=1}^M (|I3m_k| \cdot \sin(k \cdot \omega \cdot t + arg(I3m_k)))$$

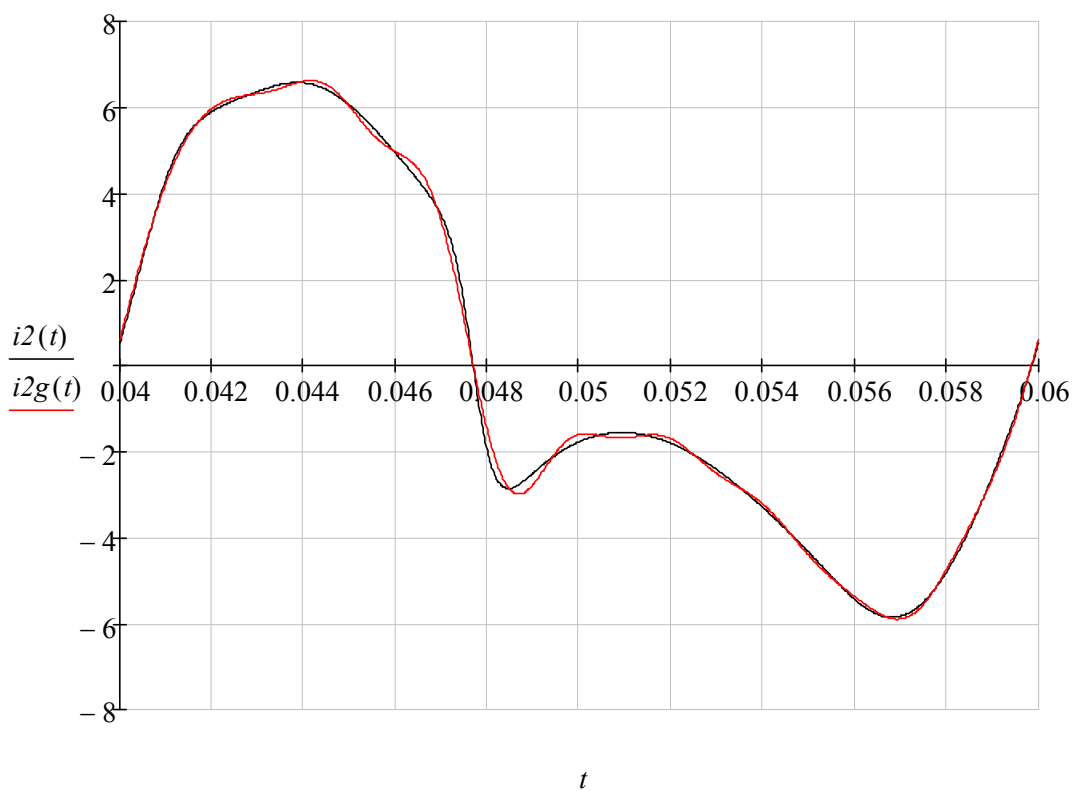
$$U1m_k := \frac{2}{T} \cdot \left(\int_{2T}^{3T} u1(t) \cdot \sin(k \cdot \omega \cdot t) dt + j \int_{2T}^{3T} u1(t) \cdot \cos(k \cdot \omega \cdot t) dt \right)$$

$$u1g(t) := U1o + \sum_{k=1}^M (|U1m_k| \cdot \sin(k \cdot \omega \cdot t + arg(U1m_k)))$$

$$U23m_k := \frac{2}{T} \cdot \left(\int_{2T}^{3T} u23(t) \cdot \sin(k \cdot \omega \cdot t) dt + j \int_{2T}^{3T} u23(t) \cdot \cos(k \cdot \omega \cdot t) dt \right)$$

$$u23g(t) := U23o + \sum_{k=1}^M (|U23m_k| \cdot \sin(k \cdot \omega \cdot t + arg(U23m_k)))$$

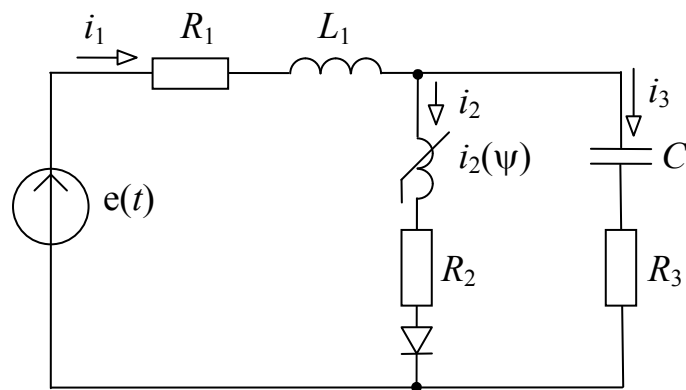
6.5. Совмещенная диаграмма исходной $i_2(t)$ и расчетной $i_{2g}(t)$ функций



Вывод: незначительные отклонения в некоторых точках расчетной функции от заданной объясняются тем, что в расчетной функции не учтены гармоники выше 9-ой

ЗАДАЧА 53.
РАСЧЕТ СЛОЖНОЙ НЕЛИНЕЙНОЙ ЦЕПИ
С ДВУМЯ РАЗНОРОДНЫМИ НЕЛИНЕЙНЫМИ ЭЛЕМЕНТАМИ

1. Схема цепи и параметры элементов



$$R1 := 30 \quad R2 := 10 \quad R3 := 40 \quad L1 := 0.1 \quad C := 80 \times 10^{-6} \quad Rp := .1$$

$$Ro := 100000 \quad a := 0.7 \quad b := 100 \quad m := 9 \quad i2(\psi) := a \cdot \psi + b \cdot \psi^m$$

$$Em := 250 \quad f := 50 \quad \alpha := -60deg \quad \omega := 2\pi f \quad e(t) := Em \cdot \sin(\omega \cdot t + \alpha)$$

2. Система дифференциальных уравнений и ее решение

$$i1 \cdot R1 + L1 \cdot \frac{di1}{dt} + i3 \cdot R3 + Uc = e(t) \quad i3 = C \cdot \frac{dUc}{dt} \quad i1 - i2 - i3 = 0$$

$$-i2 \cdot Rd - i2 \cdot R2 - \frac{d\psi}{dt} + i3 \cdot R3 + Uc = 0 \quad i2(\psi) := a \cdot \psi + b \cdot \psi^m$$

$$\frac{d}{dt} i1 = \frac{-(R1 + R3)}{L1} \cdot i1 + \frac{R3}{L1} \cdot (a \cdot \psi + b \cdot \psi^m) - \frac{1}{L1} \cdot Uc + \frac{1}{L1} \cdot e(t)$$

$$\frac{d}{dt} \psi = R3 \cdot i1 - (R2 + R3 + if(\psi \geq 0, Rp, Ro)) \cdot (a \cdot \psi + b \cdot \psi^m) + Uc$$

$$\frac{d}{dt} Uc = \frac{1}{C} \cdot i1 - \frac{1}{C} \cdot (a \cdot \psi + b \cdot \psi^m)$$

$$\underline{N} := (0 \ 0 \ 0)^T$$

$$\underline{F}(t, X) := \begin{bmatrix} \frac{-(R1 + R3)}{LI} \cdot X_0 + \frac{R3}{LI} \cdot [a \cdot X_1 + b \cdot (X_1)^m] + \frac{-1}{LI} \cdot X_2 + \frac{1}{LI} \cdot e(t) \\ R3 \cdot X_0 - (R2 + R3 + if(X_1 > 0, Rp, Ro)) \cdot [a \cdot X_1 + b \cdot (X_1)^m] + X_2 \\ \frac{1}{C} \cdot X_0 + \frac{-1}{C} \cdot [a \cdot X_1 + b \cdot (X_1)^m] \end{bmatrix}$$

$$Z := rkfixed(N, 0, 0.1, 5000, F)$$

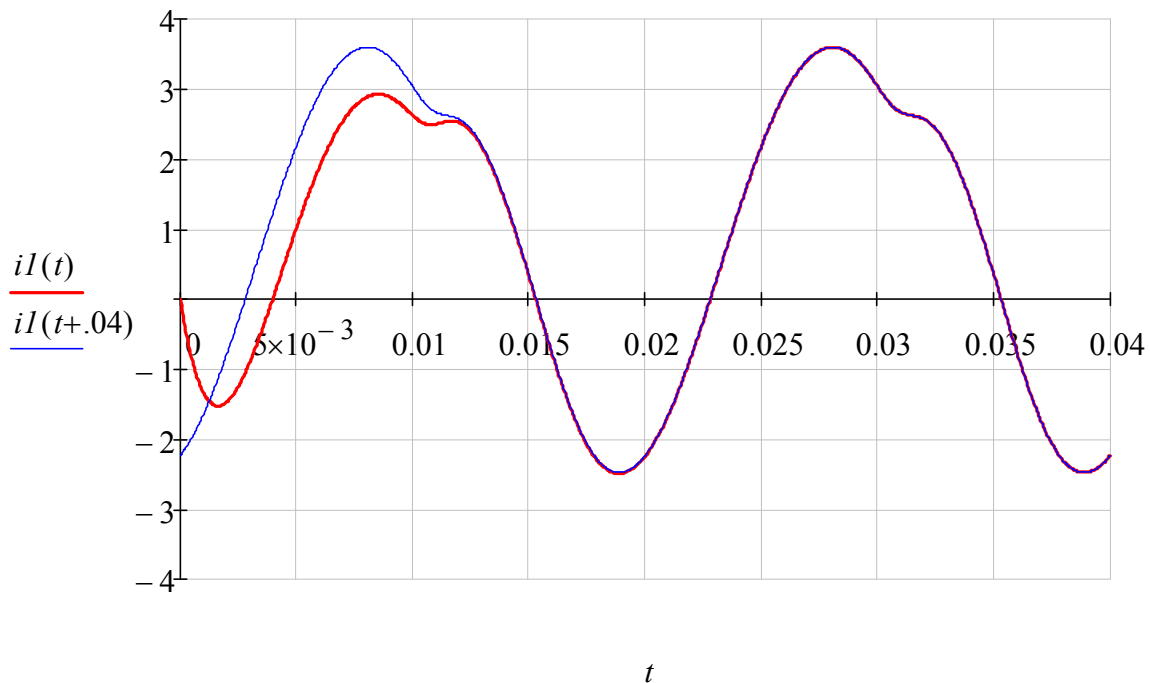
$$tn := Z^{\langle 0 \rangle} \quad i1n := Z^{\langle 1 \rangle} \quad \psi n := Z^{\langle 2 \rangle} \quad Ucn := Z^{\langle 3 \rangle}$$

$$i2n := a \cdot \psi n + b \cdot \psi n^m \quad i3n := i1n - i2n \quad Uabn := i3n \cdot R3 + Ucn$$

$$i1(t) := linterp(tn, i1n, t) \quad i2(t) := linterp(tn, i2n, t)$$

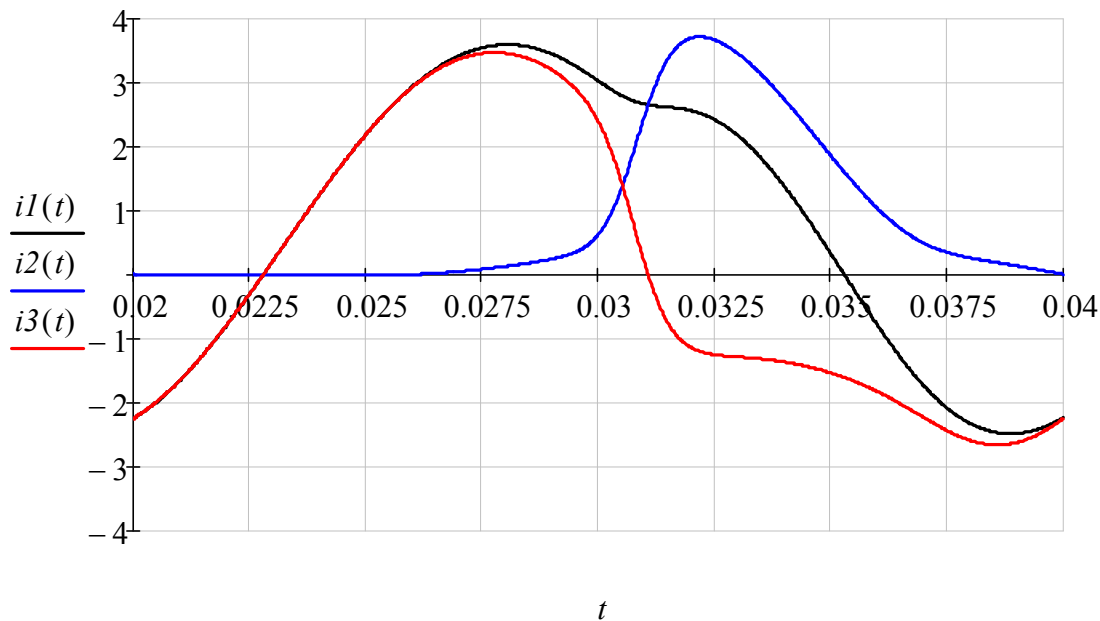
$$i3(t) := linterp(tn, i3n, t)$$

3. Определение времени переходного процесса



Вывод: переходной процесс продолжается .2 с или 1 период. Начиная со 2-го периода режим в схеме можно считать установившимся.

3. Графические диаграммы функций токов



4. Обработка результатов расчета для 3-го периода

$$j := \sqrt{-1} \quad T := \frac{1}{f}$$

4.1. Среднеарифметические значения (постоянные составляющие)

$$I_{1o} := \frac{1}{T} \cdot \int_{2T}^{3T} i1(t) dt = 0.864$$

$$I_{2o} := \frac{1}{T} \cdot \int_{2T}^{3T} i2(t) dt = 0.864$$

$$I_{3o} := \frac{1}{T} \cdot \int_{2T}^{3T} i3(t) dt = -8.005 \times 10^{-6}$$

4.2. Среднеквадратичные значения (действующие значения)

$$I_{1d} := \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_{2T}^{3T} i1(t)^2 dt} = 2.288$$

$$I_{2d} := \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_{2T}^{3T} i2(t)^2 dt} = 1.496$$

$$I3d := \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_{2T}^{3T} i3(t)^2 dt} = 2.142$$

4.3. Гармонические составы функций токов

$$M := 9 \quad k := 1..M$$

$$IIm_k := \frac{2}{T} \cdot \left(\int_{2T}^{3T} iI(t) \cdot \sin(k \cdot \omega \cdot t) dt + j \int_{2T}^{3T} iI(t) \cdot \cos(k \cdot \omega \cdot t) dt \right)$$

$$iIg(t) := IIo + \sum_{k=1}^M \left(|IIm_k| \cdot \sin(k \cdot \omega \cdot t + \arg(IIm_k)) \right)$$

$$\overrightarrow{|IIm_k|} =$$

2.957
0.455
0.165
0.064
0.032
0.021
0.011
$6.899 \cdot 10^{-3}$
$3.895 \cdot 10^{-3}$

$$\arg(IIm_k) =$$

-70.522
-71.37
62.344
-146.114
28.409
-172.61
-10.653
157.722
-40.644

$$\cdot deg$$

$$I2m_k := \frac{2}{T} \cdot \left(\int_{2T}^{3T} i2(t) \cdot \sin(k \cdot \omega \cdot t) dt + j \int_{2T}^{3T} i2(t) \cdot \cos(k \cdot \omega \cdot t) dt \right)$$

$$i2g(t) := I2o + \sum_{k=1}^M \left(|I2m_k| \cdot \sin(k \cdot \omega \cdot t + \arg(I2m_k)) \right)$$

$$\overrightarrow{|I2m_k|} =$$

1.425
0.836
0.42
0.209
0.13
0.103
0.059
0.044
0.028

$$\arg(I2m_k) =$$

-144.549
-13.401
129.849
-73.319
104.511
-94.248
69.345
-121.059
41.566

$$\cdot deg$$

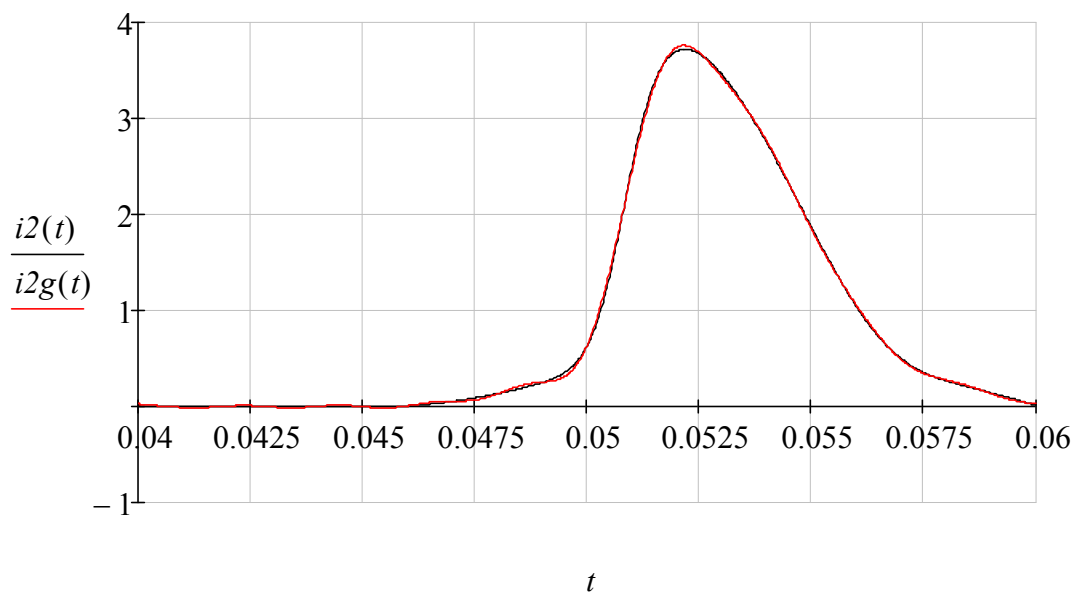
$$I3m_k := \frac{2}{T} \cdot \left(\int_{2T}^{3T} i3(t) \cdot \sin(k \cdot \omega \cdot t) dt + j \int_{2T}^{3T} i3(t) \cdot \cos(k \cdot \omega \cdot t) dt \right)$$

$$i3g(t) := I3o + \sum_{k=1}^M (|I3m_k| \cdot \sin(k \cdot \omega \cdot t + \arg(I3m_k)))$$

$ I3m_k $
2.908
0.709
0.388
0.199
0.126
0.1
0.058
0.043
0.028

$\arg(I3m_k) =$ $\cdot deg$
-42.408
-160.448
-26.968
124.424
-61.157
97.761
-100.33
67.999
-130.375

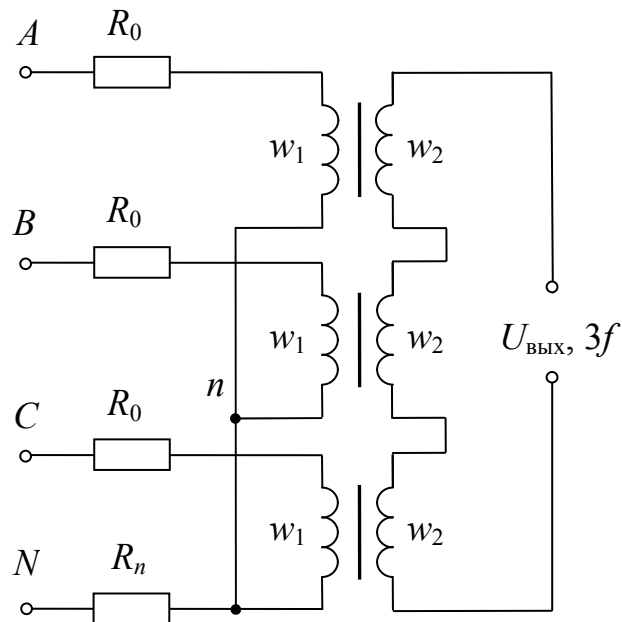
4.4. Совмещенная диаграмма исходной ($i2$) и расчетной ($i2g$) функций



Вывод: незначительные отклонения в некоторых точках расчетной функции от заданной объясняются тем, что в расчетной функции не учтены гармоники выше 9-ой

ЗАДАЧА 54. РАСЧЕТ УТРОИТЕЛЯ ЧАСТОТЫ

1. Схема цепи и параметры элементов



$$R_o := 5 \quad R_n := 1000 \quad a := 0.8 \quad b := 20 \quad \underline{m} := 5 \quad I = a \cdot \Psi + b \cdot \Psi^m$$

$$U_m := 250 \quad f := 50 \quad \omega := 2 \cdot \pi \cdot f \quad U_a(t) := U_m \cdot \sin(\omega \cdot t + 0)$$

$$U_b(t) := U_m \cdot \sin(\omega \cdot t - 120deg) \quad U_c(t) := U_m \cdot \sin(\omega \cdot t + 120deg)$$

2. Система дифференциальных уравнений

$$I_a \cdot R_o + \frac{d}{dt} \Psi_a + I_n \cdot R_o = U_a(t) \quad I_b \cdot R_o + \frac{d}{dt} \Psi_b + I_n \cdot R_o = U_b(t)$$

$$I_c \cdot R_o + \frac{d}{dt} \Psi_c + I_n \cdot R_o = U_{cb}(t)$$

$$I_a = a \cdot \Psi_a + b \cdot \Psi_a^m \quad I_b = a \cdot \Psi_b + b \cdot \Psi_b^m \quad I_c = a \cdot \Psi_c + b \cdot \Psi_c^m \quad I_a + I_b + I_c = I_n$$

3. Решение системы дифференциальных уравнений

$$\frac{d}{dt}\Psi a = -\left(a \cdot \Psi a + b \cdot \Psi a^m\right) \cdot (Ro + Rn) - \left(a \cdot \Psi b + b \cdot \Psi b^m\right) \cdot Rn - \left(a \cdot \Psi c + b \cdot \Psi c^m\right) \cdot Rn + Ua(t)$$

$$\frac{d}{dt}\Psi b = -\left(a \cdot \Psi b + b \cdot \Psi b^m\right) \cdot (Ro + Rn) - \left(a \cdot \Psi a + b \cdot \Psi a^m\right) \cdot Rn - \left(a \cdot \Psi c + b \cdot \Psi c^m\right) \cdot Rn + Ub(t)$$

$$\frac{d}{dt}\Psi c = -\left(a \cdot \Psi c + b \cdot \Psi c^m\right) \cdot (Ro + Rn) - \left(a \cdot \Psi b + b \cdot \Psi b^m\right) \cdot Rn - \left(a \cdot \Psi a + b \cdot \Psi a^m\right) \cdot Rn + Uc(t)$$

$$\underline{N} := (0 \ 0 \ 0)^T$$

$$\underline{F}(t, X) := \begin{bmatrix} -\left[a \cdot X_0 + b \cdot (X_0)^m\right] \cdot (Ro + Rn) - \left[a \cdot X_1 + b \cdot (X_1)^m\right] \cdot Rn - \left[a \cdot X_2 + b \cdot (X_2)^m\right] \cdot Rn + Ua(t) \\ -\left[a \cdot X_1 + b \cdot (X_1)^m\right] \cdot (Ro + Rn) - \left[a \cdot X_0 + b \cdot (X_0)^m\right] \cdot Rn - \left[a \cdot X_2 + b \cdot (X_2)^m\right] \cdot Rn + Ub(t) \\ -\left[a \cdot X_2 + b \cdot (X_2)^m\right] \cdot (Ro + Rn) - \left[a \cdot X_1 + b \cdot (X_1)^m\right] \cdot Rn - \left[a \cdot X_0 + b \cdot (X_0)^m\right] \cdot Rn + Uc(t) \end{bmatrix}$$

$$Z := Rkadapt(N, 0, 0.2, 10000, F)$$

$$tn := Z^{\langle 0 \rangle} \quad \Psi an := Z^{\langle 1 \rangle} \quad \Psi bn := Z^{\langle 2 \rangle} \quad \Psi cn := Z^{\langle 3 \rangle}$$

$$\Psi a(t) := \text{linterp}(tn, \Psi an, t) \quad Ia(t) := a \cdot \Psi a(t) + b \cdot \Psi a(t)^m$$

$$\Psi b(t) := \text{linterp}(tn, \Psi bn, t) \quad Ib(t) := a \cdot \Psi b(t) + b \cdot \Psi b(t)^m$$

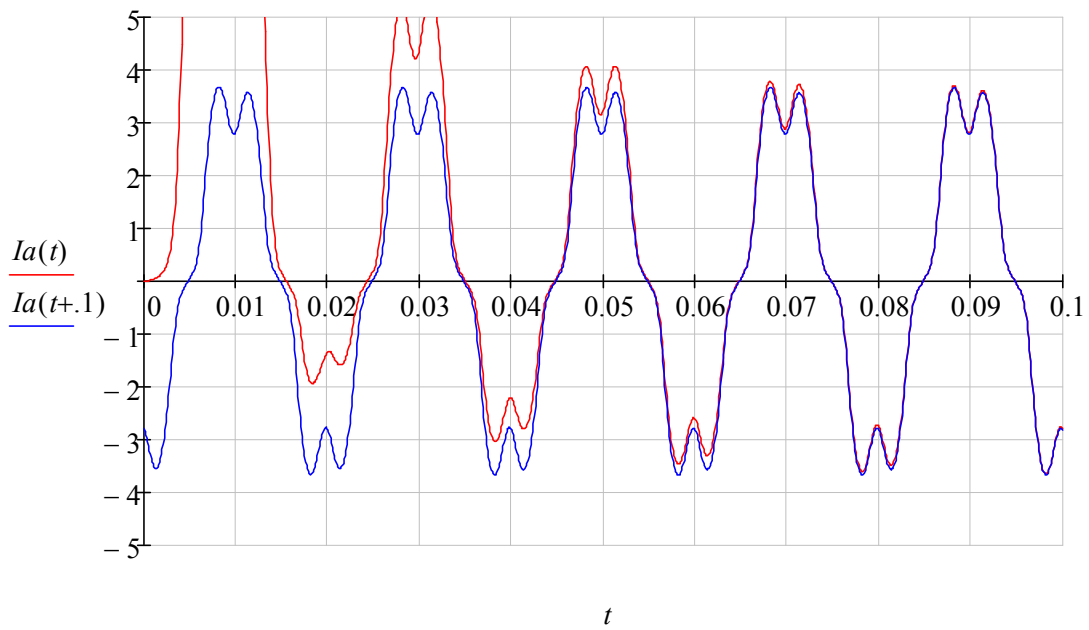
$$\Psi c(t) := \text{linterp}(tn, \Psi cn, t) \quad Ic(t) := a \cdot \Psi c(t) + b \cdot \Psi c(t)^m$$

$$Un(t) := (Rn) \cdot (Ia(t) + Ib(t) + Ic(t)) \quad Uan(t) := Ua(t) - Un(t)$$

$$Ubn(t) := Ub(t) - Un(t) \quad Ucn(t) := Uc(t) - Un(t)$$

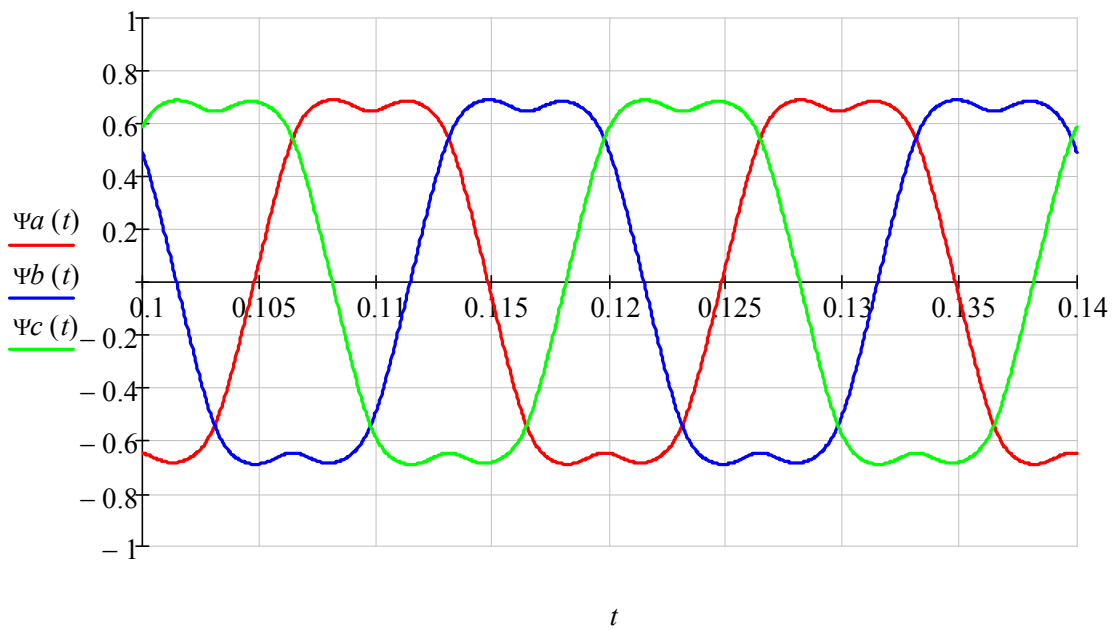
$$U\hat{a}\hat{u}\hat{o}(t) := -(Uan(t) + Ubn(t) + Ucn(t)) \quad \underline{In}(t) := Ia(t) + Ib(t) + Ic(t)$$

4. Определение времени переходного процесса

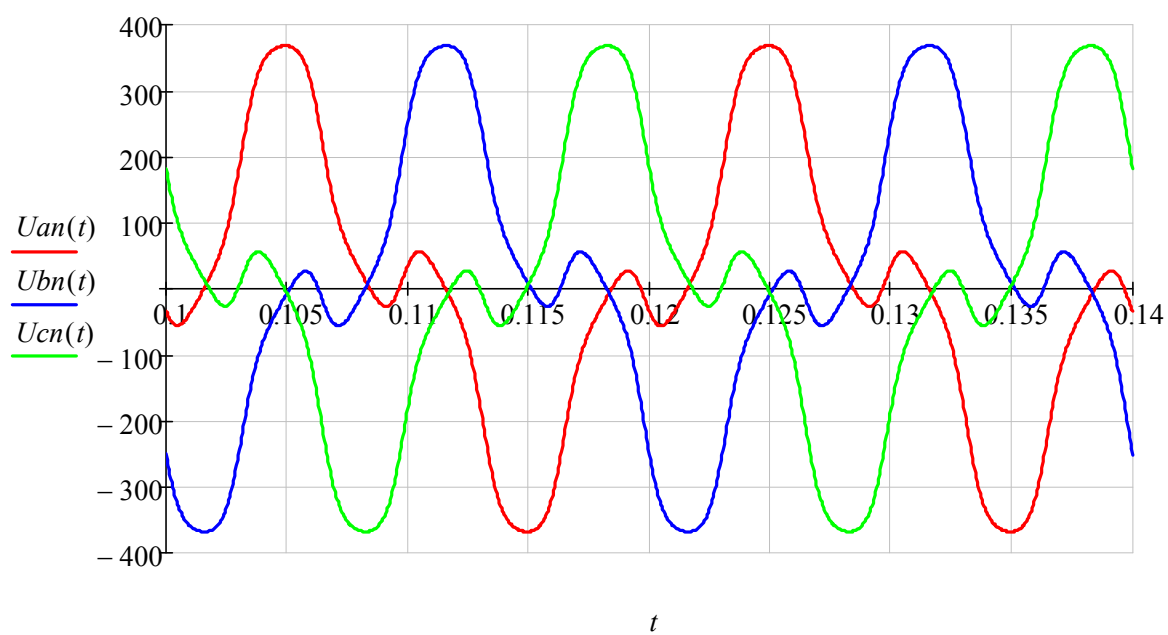


Закключение: переходной процесс продолжается .1 с или 5 периодов.
Начиная с 6-го периода в схеме действует установившийся режим.

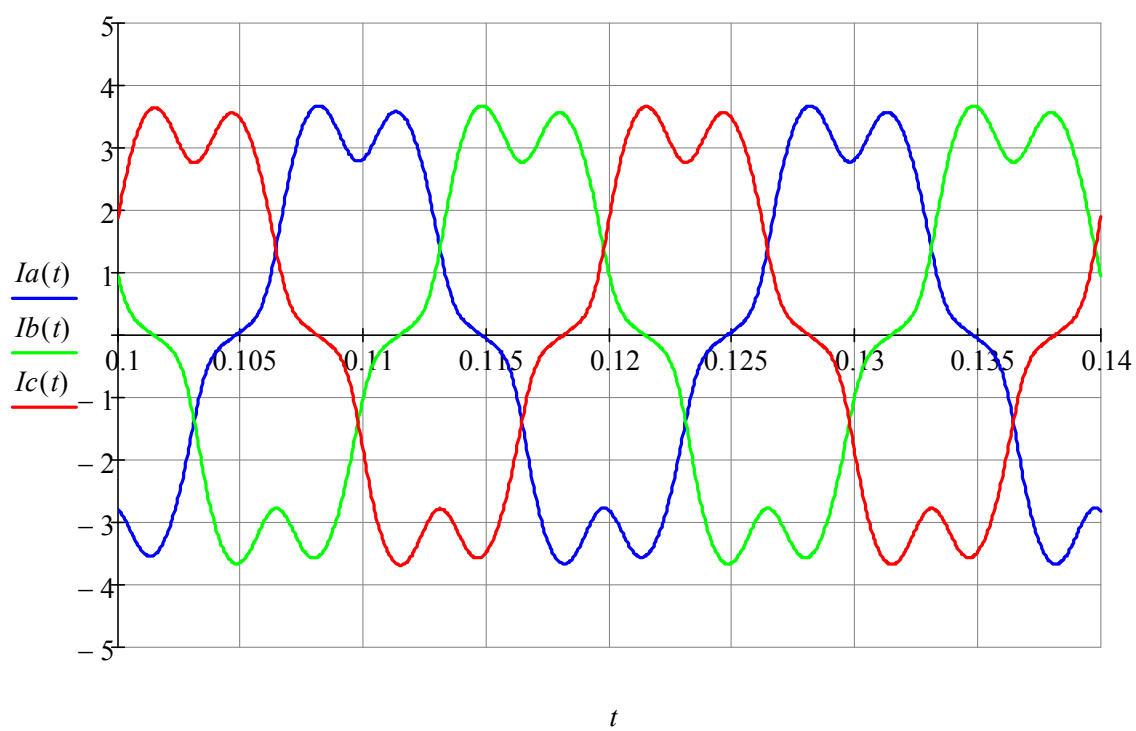
5. Графические диаграммы функций $\psi(t)$



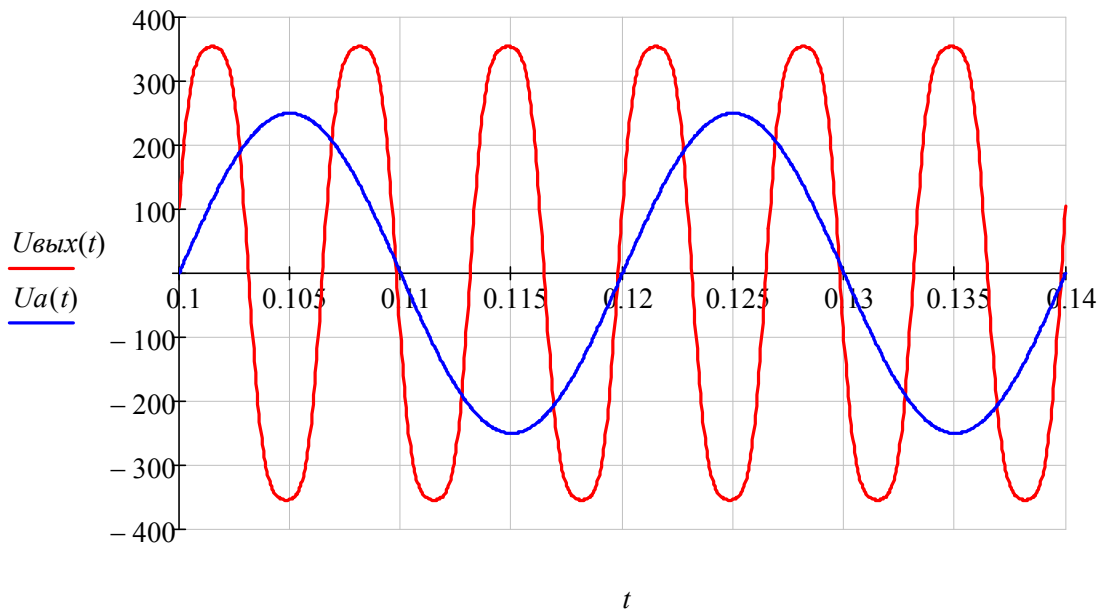
6. Графические диаграммы функций $u(t)$



7. Графические диаграммы функций $i(t)$



8. Графическая диаграмма функции $U_{вых}(t)$



4. Обработка результатов расчета для 6-го периода

4.1. Среднеквадратичное (действующее) значение

$$T := \frac{1}{f} \quad U_{выхd} := \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_{5T}^{6T} U_{вых}(t)^2 dt} = 283.453$$

4.2. Гармонический состав функции $U_{вых}(t)$

$$j := \sqrt{-1} \quad M := 15 \quad k := 3, 9 \dots M$$

$$U_{mk} := \frac{2}{T} \cdot \left(\int_{5T}^{6T} U_{вых}(t) \cdot \sin(k \cdot \omega \cdot t) dt + j \int_{5T}^{6T} U_{вых}(t) \cdot \cos(k \cdot \omega \cdot t) dt \right)$$

$$\overrightarrow{|Um_k|} =$$

397.93
48.239
4.625

$$\arg(Um_k) =$$

10.506
33.395
60.952

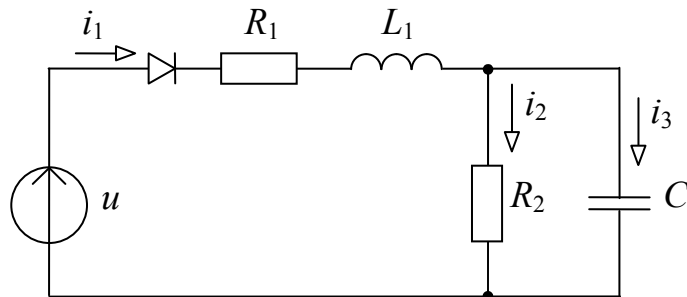
$$\cdot deg$$

$$U_{выхg}(t) := \sum_{k=1}^M (|Um_k| \cdot \sin(k \cdot \omega \cdot t + \arg(Um_k)))$$

Вывод: в выходном напряжении содержатся нечетные гармонические составляющие, кратные трем (3-я, 9-я и т. д. гармоники)

ЗАДАЧА 55.
РАСЧЕТ ОДНОПОЛУПЕРИОДНОГО ВЫПРЯМИТЕЛЯ
С ИДЕАЛЬНЫМ ИСТОЧНИКОМ НАПРЯЖЕНИЯ

1. Схема цепи и параметры элементов



$$R2 := 200 \quad C := 500 \times 10^{-6} \quad R1 := 0 \quad L := 0$$

$$Rdp := .2 \quad Rdo := 100000 \quad Rd = if(i1 > 0, Rdp, Rdo)$$

$$Um := 100 \quad f := 50 \quad \alpha := 0deg \quad \omega := 2\pi f \quad T := \frac{1}{f}$$

$$u(t) := Um \cdot \sin(\omega \cdot t + \alpha)$$

2. Система дифференциальных уравнений и ее решение

$$i1 - i2 - i3 = 0 \quad i1 \cdot R1 + i1 \cdot Rd + uc = u(t) \quad -i2 \cdot R2 + uc = 0$$

$$C \cdot \frac{duc}{dt} = i3 \quad i1 = \frac{u(t) - uc}{R1 + Rd} \quad i2 = \frac{uc}{R2}$$

$$\frac{d}{dt} uc = \left[\frac{1}{R1 + Rd} \cdot (u(t) - uc) - \frac{uc}{R2} \right] \frac{1}{C}$$

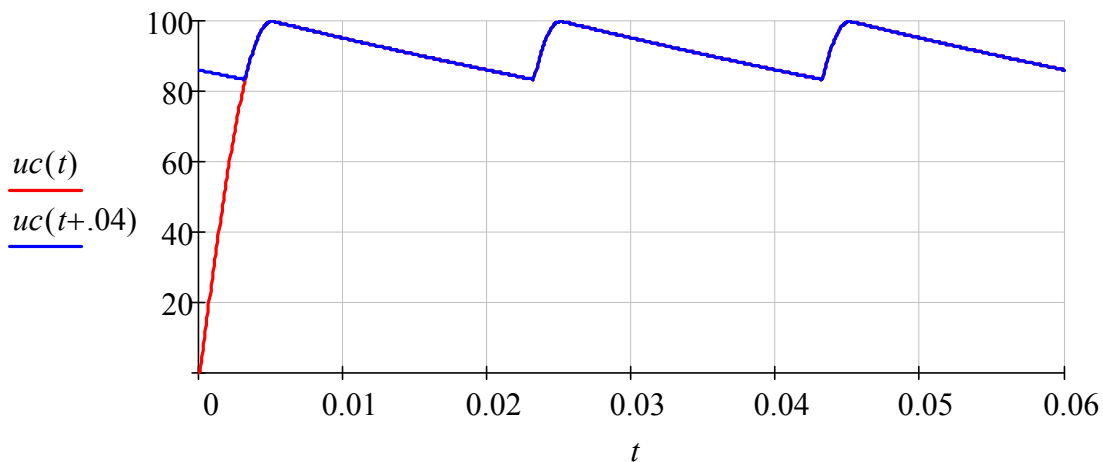
$$N := (0) \quad F(t, X) := \left(\frac{u(t) - X_0}{R1 + if(u(t) > X_0, Rdp, Rdo)} - \frac{X_0}{R2} \right) \cdot \frac{1}{C}$$

$$Z := rkfixed(N, 0, 0.1, 5000, F)$$

$$tn := Z^{(0)} \quad ucn := Z^{(1)} \quad uc(t) := linterp(tn, ucn, t)$$

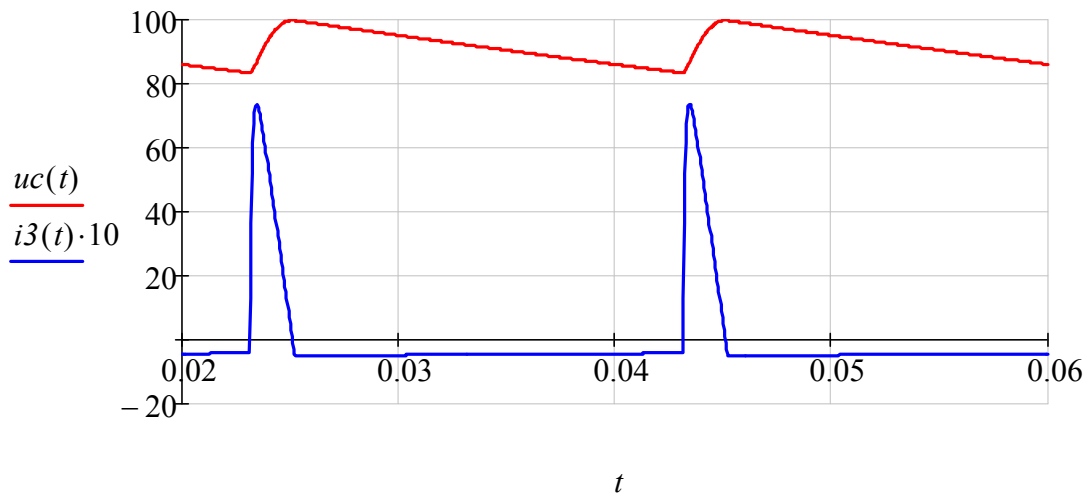
$$i2(t) := \frac{uc(t)}{R2} \quad i3(t) := C \cdot \left(\frac{d}{dt} uc(t) \right) \quad i1(t) := i2(t) + i3(t)$$

3. Определение времени переходного процесса



Закключение: переходной процесс в цепи продолжается .02 с или 1 период. Начиная со 2-го периода режим в схеме можно считать установившимся.

4. Графические диаграммы функций $uc(t)$, $i3(t)$



5. Обработка результатов расчета для 3-го периода

5.1. Среднеарифметическое значение (постоянная составляющая)

$$U_{co} := \frac{1}{T} \cdot \int_{2T}^{3T} uc(t) dt = 91.624$$

5.2. Среднеквадратичное (действующее) значение

$$U_{cd} := \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_{2T}^{3T} u_c(t)^2 dt} = 91.754$$

5.3. Среднеквадратичное (действующее) значение гармоник

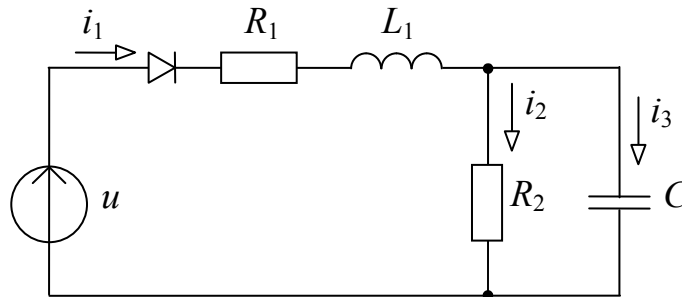
$$U_{cg} := \sqrt{U_{cd}^2 - U_{co}^2} = 4.878$$

5.4. Коэффициент пульсаций

$$K_p := \frac{U_{cg}}{U_{co}} = 0.053$$

ЗАДАЧА 56.
РАСЧЕТ ОДНОПОЛУПЕРИОДНОГО ВЫПРЯМИТЕЛЯ
С РЕАЛЬНЫМ ИСТОЧНИКОМ НАПРЯЖЕНИЯ

1. Схема цепи и параметры элементов



$$R2 := 200 \quad C := 500 \times 10^{-6} \quad R1 := 2 \quad L := .001$$

$$Rdp := .1 \quad Rdo := 10000 \quad Rd = if(i1 > 0, Rdp, Rdo)$$

$$Um := 100 \quad f := 50 \quad \alpha := 0deg \quad \omega := 2\pi f \quad T := \frac{1}{f}$$

$$u(t) := Um \cdot \sin(\omega \cdot t + \alpha)$$

2. Система дифференциальных уравнений и ее решение

$$i1 \cdot R1 + i1 \cdot Rd + L \cdot \frac{di1}{dt} + uc = u(t) \quad C \cdot \frac{duc}{dt} = i3$$

$$-i2 \cdot R2 + uc = 0 \quad i1 - i2 - i3 = 0$$

$$\frac{d}{dt} i1 = \frac{-R1}{L} \cdot i1 - \frac{1}{L} \cdot (i1 \cdot Rd) - \frac{1}{L} \cdot Uc + \frac{1}{L} \cdot u(t)$$

$$\frac{d}{dt} uc = \frac{1}{C} \cdot i1 - \frac{1}{R2 \cdot C} \cdot uc$$

$$N := (0 \ 0)^T$$

$$F(t, X) := \begin{bmatrix} \frac{-R1 \cdot X_0 - if(X_0 > 0, Rdp, Rdo) \cdot (X_0)}{L} + \frac{-1}{L} \cdot X_1 + \frac{1}{L} \cdot u(t) \\ \frac{1}{C} \cdot X_0 + \frac{-1}{C \cdot R2} \cdot X_1 \end{bmatrix}$$

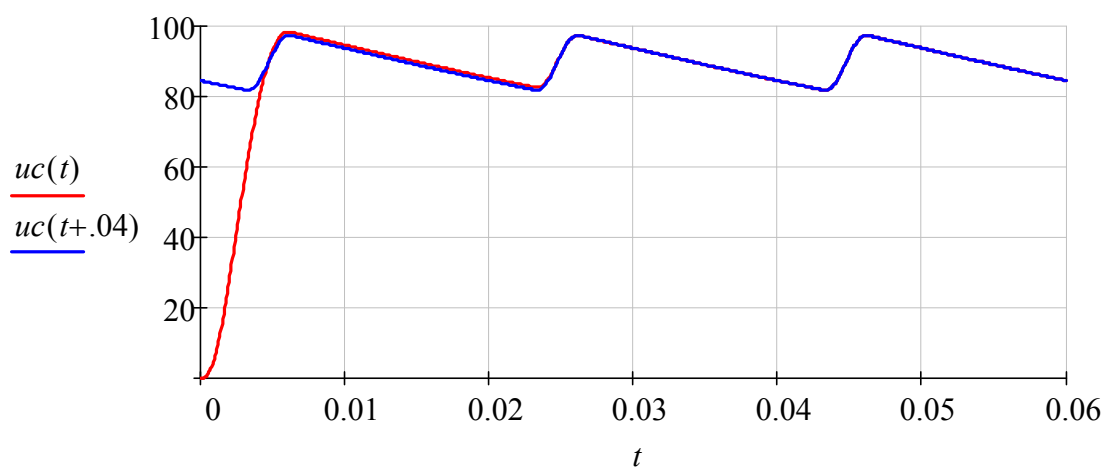
$$Z := Rkadapt(N, 0, 0.1, 5000, F)$$

$$tn := Z^{\langle 0 \rangle} \quad i1n := Z^{\langle 1 \rangle} \quad ucn := Z^{\langle 2 \rangle}$$

$$i1(t) := \text{linterp}(tn, i1n, t) \quad uc(t) := \text{linterp}(tn, ucn, t)$$

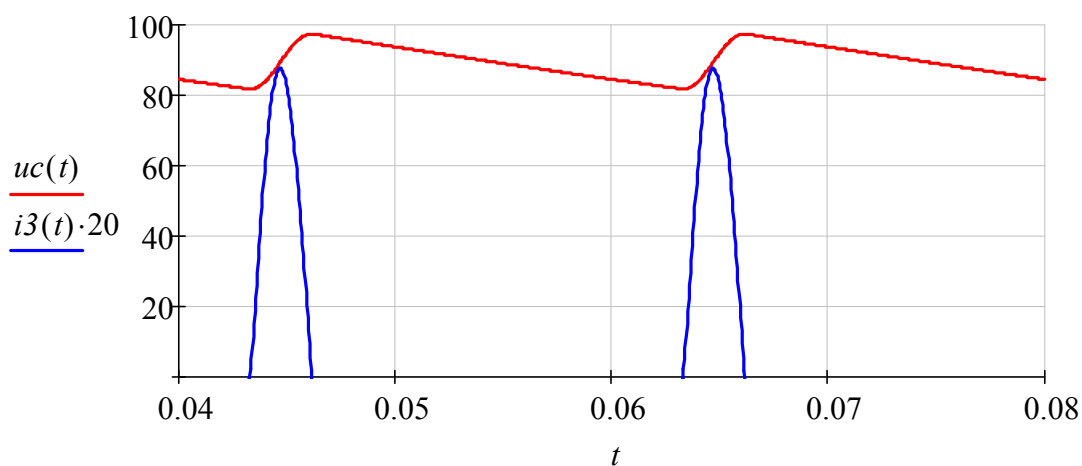
$$i2(t) := \frac{uc(t)}{R2} \quad i3(t) := i1(t) - i2(t)$$

3. Определение времени переходного процесса



Заключение: переходной процесс в цепи продолжается .04 с или 2 периода.
Начиная с 3-го периода режим в схеме можно считать установившимся.

4. Графические диаграммы функций $uc(t)$, $i3(t)$



5. Обработка результатов расчета для 4-го периода

5.1. Среднеарифметическое значение (постоянная составляющая)

$$U_{co} := \frac{1}{T} \cdot \int_{3T}^{4T} u_c(t) dt = 89.418$$

5.2. Среднеквадратичное (действующее) значение

$$U_{cd} := \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_{3T}^{4T} u_c(t)^2 dt} = 89.542$$

5.3. Среднеквадратичное (действующее) значение гармоник

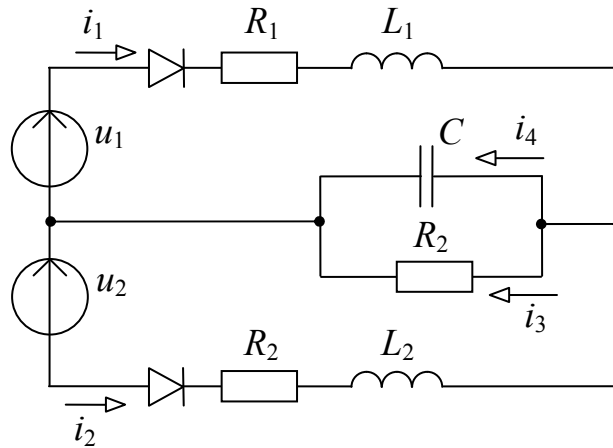
$$U_{cg} := \sqrt{U_{cd}^2 - U_{co}^2} = 4.71$$

5.4. Коэффициент пульсаций

$$K_p := \frac{U_{cg}}{U_{co}} = 0.053$$

ЗАДАЧА 57.
РАСЧЕТ ДВУХПОЛУПЕРИОДНОГО ВЫПРЯМИТЕЛЯ
С ИДЕАЛЬНЫМ ИСТОЧНИКОМ НАПРЯЖЕНИЯ

1. Схема цепи и параметры элементов



$$R1 := 0 \quad R2 := 0 \quad L1 := 0 \quad L2 := 0 \quad R3 := 200 \quad C := 500 \times 10^{-6}$$

$$Um := 100 \quad f := 50 \quad \alpha := 0deg \quad \omega := 2\pi f \quad T := \frac{1}{f}$$

$$u1(t) := Um \cdot \sin(\omega \cdot t + \alpha) \quad u2(t) := Um \cdot \sin(\omega \cdot t + \alpha)$$

$$Rp1 := .1 \quad Ro1 := 10000 \quad Rp2 := .1 \quad Ro2 := 10000$$

$$R1 = if(u1(t) > 0, Rp1, Ro1) \quad R2 = if(u2(t) < 0, Rp2, Ro2)$$

2. Система дифференциальных уравнений и ее решение

$$i1 \cdot R1 + i1 \cdot Rd1 + Uc = u1(t) \quad i2 \cdot R2 + i2 \cdot Rd2 + Uc = -u2(t)$$

$$i1 + i2 - i3 - i4 = 0 \quad i3 = \frac{Uc}{R3} \quad C \cdot \frac{dUc}{dt} = i4$$

$$N := (0)$$

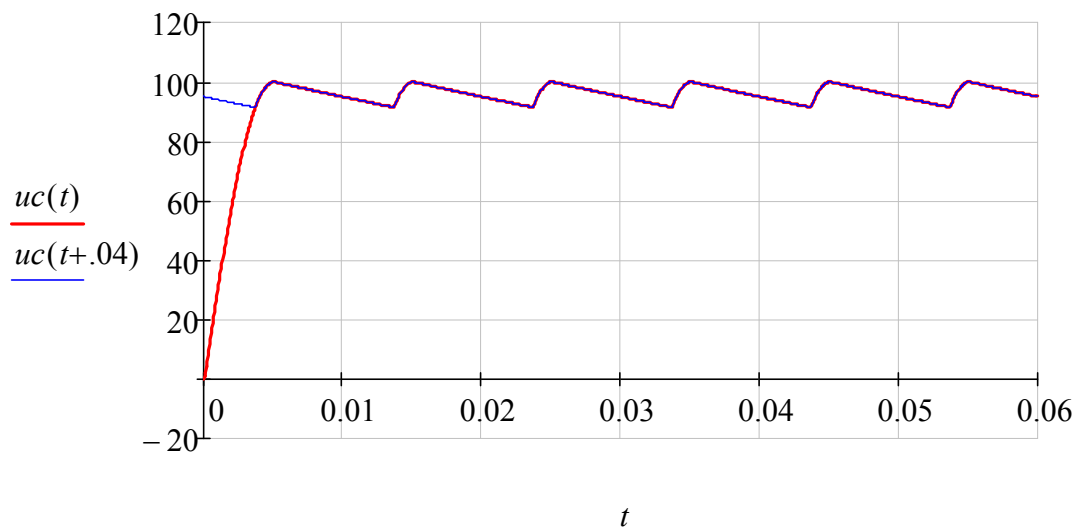
$$F(t, X) := \left[\frac{1}{C} \cdot \left(\frac{u1(t) - X_0}{if(u1(t) > X_0, Rp1, Ro1)} + \frac{-u2(t) - X_0}{if(-u2(t) > X_0, Rp2, Ro2)} - \frac{X_0}{R3} \right) \right]$$

$$Z := Rkadapt(N, 0, 0.1, 5000, F)$$

$$tn := Z^{(0)} \quad ucn := Z^{(1)} \quad uc(t) := linterp(tn, ucn, t)$$

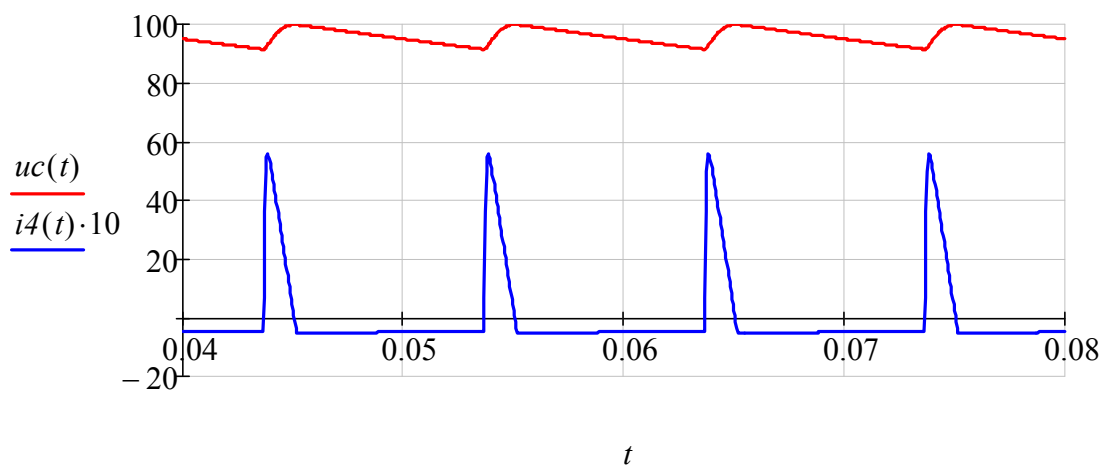
$$i3(t) := \frac{uc(t)}{R3} \quad i4(t) := C \cdot \left(\frac{d}{dt} uc(t) \right)$$

3. Определение времени переходного процесса



Заключение: переходной процесс в цепи продолжается .04 с или 2 периода. Начиная с 3-го периода режим в схеме можно считать установившимся.

4. Графические диаграммы функций



5. Обработка результатов расчета для 4-го периода

5.1. Среднеарифметическое значение (постоянная составляющая)

$$U_{co} := \frac{1}{T} \cdot \int_{3T}^{4T} u_c(t) dt = 95.808$$

5.2. Среднеквадратичное (действующее) значение

$$U_{cd} := \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_{3T}^{4T} u_c(t)^2 dt} = 95.842$$

5.3. Среднеквадратичное (действующее) значение гармоник

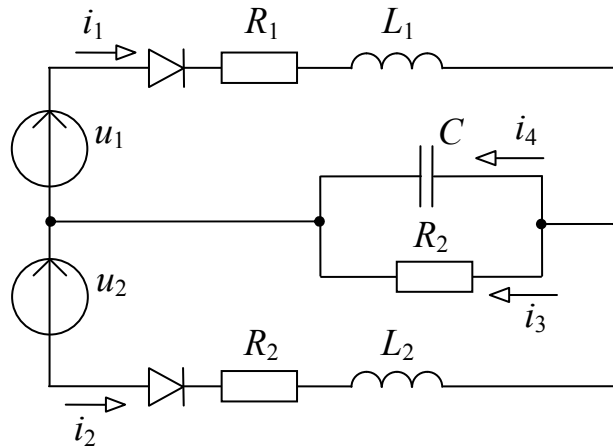
$$U_{cg} := \sqrt{U_{cd}^2 - U_{co}^2} = 2.542$$

5.4. Коэффициент пульсаций

$$K_p := \frac{U_{cg}}{U_{co}} = 0.027$$

ЗАДАЧА 58. РАСЧЕТ ДВУХПОЛУПЕРИОДНОГО ВЫПРЯМИТЕЛЯ

1. Схема цепи и параметры элементов



$$R1 := 1 \quad R2 := 1 \quad R3 := 200 \quad L1 := .01 \quad L2 := .01 \quad C := 300 \times 10^{-6}$$

$$Um := 100 \quad f := 50 \quad \alpha := 0deg \quad \omega := 2\pi f \quad T := \frac{1}{f}$$

$$u1(t) := Um \cdot \sin(\omega \cdot t + \alpha) \quad u2(t) := -Um \cdot \sin(\omega \cdot t + \alpha)$$

$$Rdp1 := .1 \quad Rdo1 := 1000\Omega \quad Rdp2 := .1 \quad Rdo2 := 1000\Omega$$

$$R1 = if(i1(t) > 0, Rdp1, Rdo1) \quad R2 = if(i2(t) < 0, Rdp2, Rdo2)$$

2. Система дифференциальных уравнений и ее решение

$$i1 \cdot R1 + i1 \cdot Rdp1 + L1 \cdot \frac{di1}{dt} + Uc = u1(t) \quad i2 \cdot R2 + i2 \cdot Rdp2 + L2 \cdot \frac{di2}{dt} + Uc = u2(t)$$

$$i1 + i2 - i3 - i4 = 0 \quad -i3 \cdot R3 + Uc = 0 \quad C \cdot \frac{dUc}{dt} = i4$$

$$\frac{d}{dt}i1 = \frac{-R1}{L1} \cdot i1 - \frac{Rdp1}{L1} \cdot i1 - \frac{1}{L1} \cdot Uc + \frac{1}{L1} \cdot u1(t)$$

$$\frac{d}{dt}i2 = \frac{-R2}{L2} \cdot i2 - \frac{Rdp2}{L2} \cdot i2 - \frac{1}{L2} \cdot Uc + \frac{1}{L2} \cdot u2(t)$$

$$X := (0 \ 0 \ 0)^T$$

$$F(t, X) := \begin{bmatrix} \frac{-1}{L1} \cdot R1 \cdot X_0 + \frac{-1}{L1} \cdot \text{if}(X_0 > 0, Rdp1, Rdo1) \cdot (X_0) + \frac{-1}{L1} \cdot X_2 + \frac{1}{L1} \cdot u1(t) \\ \frac{-1}{L2} \cdot R2 \cdot X_1 + \frac{-1}{L2} \cdot (\text{if}(X_1 > 0, Rdp2, Rdo2)) \cdot (X_1) + \frac{-1}{L2} \cdot X_2 + \frac{1}{L2} \cdot u2(t) \\ \frac{1}{C} \cdot X_0 + \frac{1}{C} \cdot X_1 + \frac{-1}{C \cdot R3} \cdot X_2 \end{bmatrix}$$

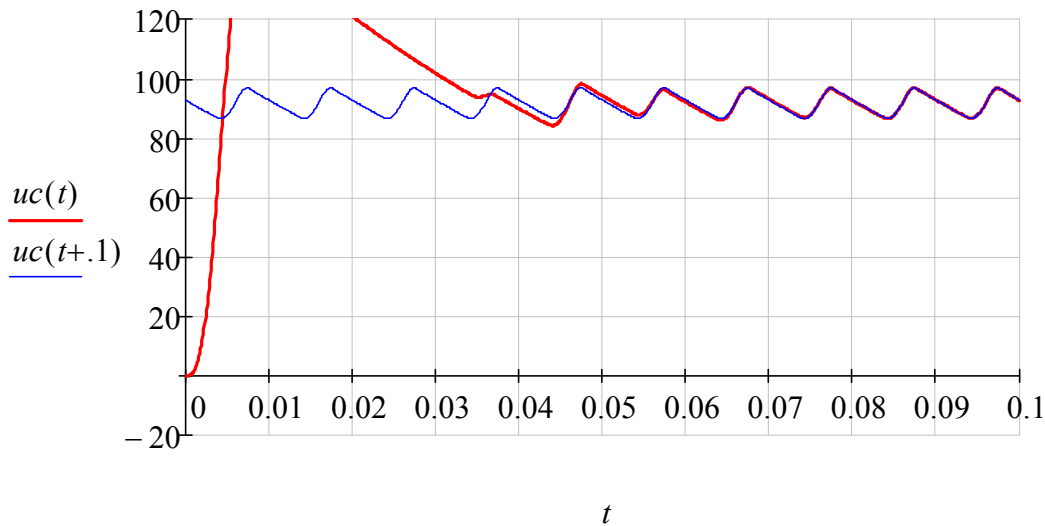
$$Z := Rkadapt(X, 0, 0.2, 10000, F)$$

$$tn := Z^{(0)} \quad i1n := Z^{(1)} \quad i2n := Z^{(2)} \quad ucn := Z^{(3)}$$

$$i3n := \frac{ucn}{R3} \quad i4n := i1n + i2n - i3n$$

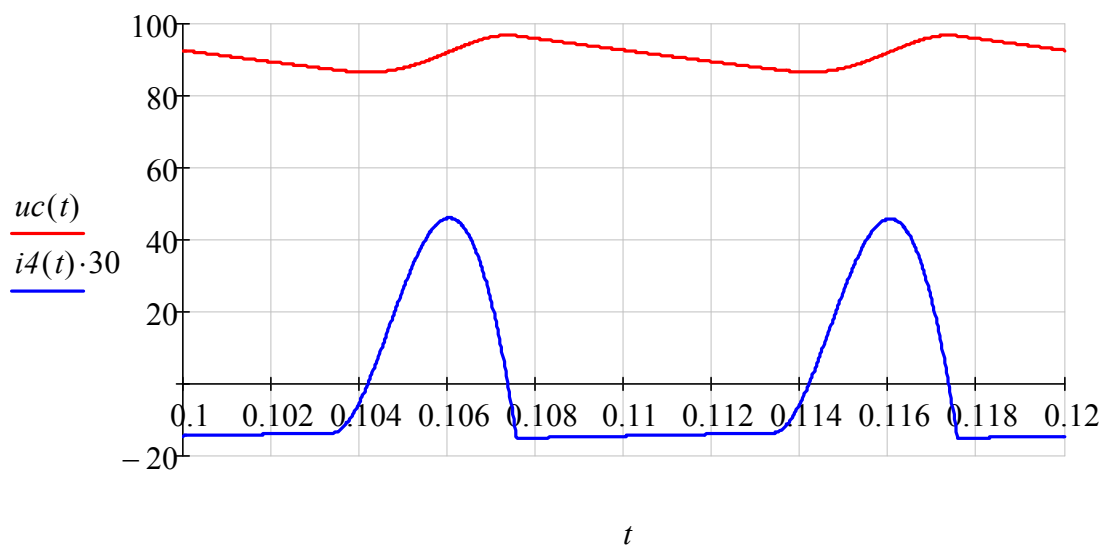
$$uc(t) := \text{linterp}(tn, ucn, t) \quad i4(t) := \text{linterp}(tn, i4n, t)$$

3. Определение времени переходного процесса



Заключение: переходной процесс продолжается .08 с или 4 периода.
Начиная с 5-го периода режим в схеме можно считать установившимся.

4. Графические диаграммы функций $uc(t), i4(t)$



5. Обработка результатов расчета для 5-го периода

5.1. Среднеарифметическое значение (постоянная составляющая)

$$U_{co} := \frac{1}{T} \cdot \int_{4T}^{5T} uc(t) dt = 91.4$$

5.2. Среднеквадратичное (действующее) значение

$$U_{cd} := \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_{4T}^{5T} uc(t)^2 dt} = 91.46$$

5.3. Среднеквадратичное (действующее) значение гармоник

$$U_{cg} := \sqrt{U_{cd}^2 - U_{co}^2} = 3.289$$

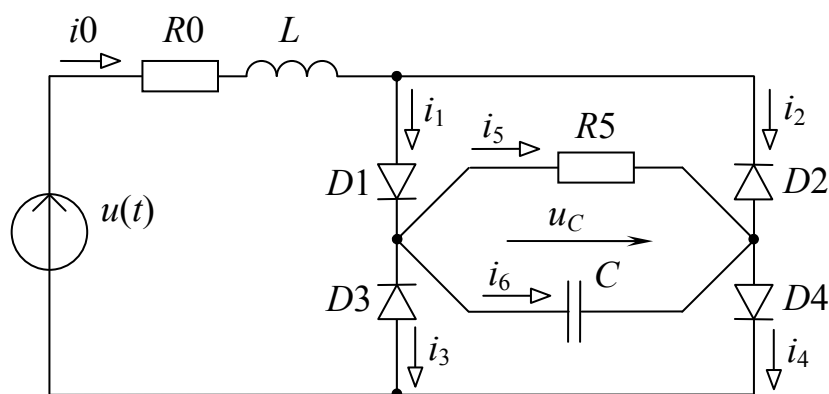
5.4. Коэффициент пульсаций

$$K_p := \frac{U_{cg}}{U_{co}} = 0.036$$

ЗАДАЧА 59.1

РАСЧЕТ МОСТОВОГО ВЫПРЯМИТЕЛЯ С ИДЕАЛЬНЫМ ИСТОЧНИКОМ НАПРЯЖЕНИЯ

1. Схема цепи и параметры элементов



$$\begin{aligned}
 R5 &:= 200 & C &:= 1000 \cdot 10^{-6} & R0 &:= .2 & L &:= 0 \\
 Rp1 &:= .1 & Rp2 &:= .1 & Rp3 &:= .1 & Rp4 &:= .1 \\
 Ro1 &:= 100000 & Ro2 &:= 100000 & Ro3 &:= 100000 & Ro4 &:= 100000
 \end{aligned}$$

$$Um := 100 \quad f := 50 \quad \omega := 2\pi f \quad T := \frac{1}{f}$$

$$u(t) := Um \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

$$R1 = \text{if}(u(t) > uc, Rp1, Ro1)$$

$$R2 = \text{if}(-u(t) > uc, Rp2, Ro2)$$

$$R3 = \text{if}(-u(t) > uc, Rp3, Ro3)$$

$$R4 = \text{if}(u(t) > uc, Rp4, Ro4)$$

2. Система дифференциальных уравнений

$$i1 \cdot R1 + i3 \cdot R3 = u(t) - i0 \cdot R0$$

$$i1 \cdot R1 - i2 \cdot R2 = -uc$$

$$i1 + i2 = i0$$

$$i3 \cdot R3 - i4 \cdot R4 = uc$$

$$i3 + i4 = i0$$

$$i1 - i3 = \frac{1}{R5} \cdot uc + C \cdot \left(\frac{d}{dt} uc \right)$$

3. Решение системы дифференциальных уравнений

$$i2 = i0 - i1$$

$$i1 \cdot R1 - (i0 - i1) \cdot R2 = -uc$$

$$i1 = \frac{-uc + i0 \cdot R2}{R1 + R2}$$

$$i4 = i0 - i3$$

$$i3 \cdot R3 - (i0 - i3) \cdot R4 = uc$$

$$i3 = \frac{uc + i0 \cdot R4}{R3 + R4}$$

$$0 = u(t) - i0 \cdot R0 - R1 \cdot \frac{-uc + i0 \cdot R2}{R1 + R2} - R3 \cdot \frac{uc + i0 \cdot R4}{R3 + R4}$$

$$\frac{d}{dt} uc = \frac{1}{C} \cdot \left(-\frac{1}{R5} \cdot uc + \frac{-uc + i0 \cdot R2}{R1 + R2} - \frac{uc + i0 \cdot R4}{R3 + R4} \right)$$

$$i0 \cdot \left(R0 + \frac{R1 \cdot R2}{R1 + R2} + \frac{R3 \cdot R4}{R3 + R4} \right) = u(t) + uc \cdot \frac{R1}{R1 + R2} + uc \cdot \frac{R3}{R3 + R4}$$

$$\frac{d}{dt} uc = \frac{1}{C} \cdot \left[uc \cdot \left(-\frac{1}{R5} - \frac{1}{R1 + R2} - \frac{1}{R3 + R4} \right) + i0 \cdot \left(\frac{R2}{R1 + R2} - \frac{R4}{R3 + R4} \right) \right]$$

$$i0 \cdot [R0 \cdot (R1 + R2) \cdot (R3 + R4) + R1 \cdot R2 \cdot (R3 + R4) + R3 \cdot R4 \cdot (R1 + R2)] = u(t) \cdot (R1 + R2) \cdot (R3 + R4) + uc \cdot [R1 \cdot (R3 + R4) + R3 \cdot (R1 + R2)]$$

$$i0 = \frac{u(t) \cdot (R1 + R2) \cdot (R3 + R4) + uc \cdot [R1 \cdot (R3 + R4) - R3 \cdot (R1 + R2)]}{[R0 \cdot (R1 + R2) \cdot (R3 + R4) + R1 \cdot R2 \cdot (R3 + R4) + R3 \cdot R4 \cdot (R1 + R2)]}$$

$$\frac{d}{dt}uc = \frac{1}{C} \cdot \left[uc \cdot \left(-\frac{1}{R5} - \frac{1}{R1 + R2} - \frac{1}{R3 + R4} \right) + \frac{u(t) \cdot (R1 + R2) \cdot (R3 + R4) + UC \cdot [R1 \cdot (R3 + R4) - R3 \cdot (R1 + R2)]}{[R0 \cdot (R1 + R2) \cdot (R3 + R4) + R1 \cdot R2 \cdot (R3 + R4) + R3 \cdot R4 \cdot (R1 + R2)]} \cdot \left(\frac{R2}{R1 + R2} - \frac{R4}{R3 + R4} \right) \right]$$

$$NU := 0$$

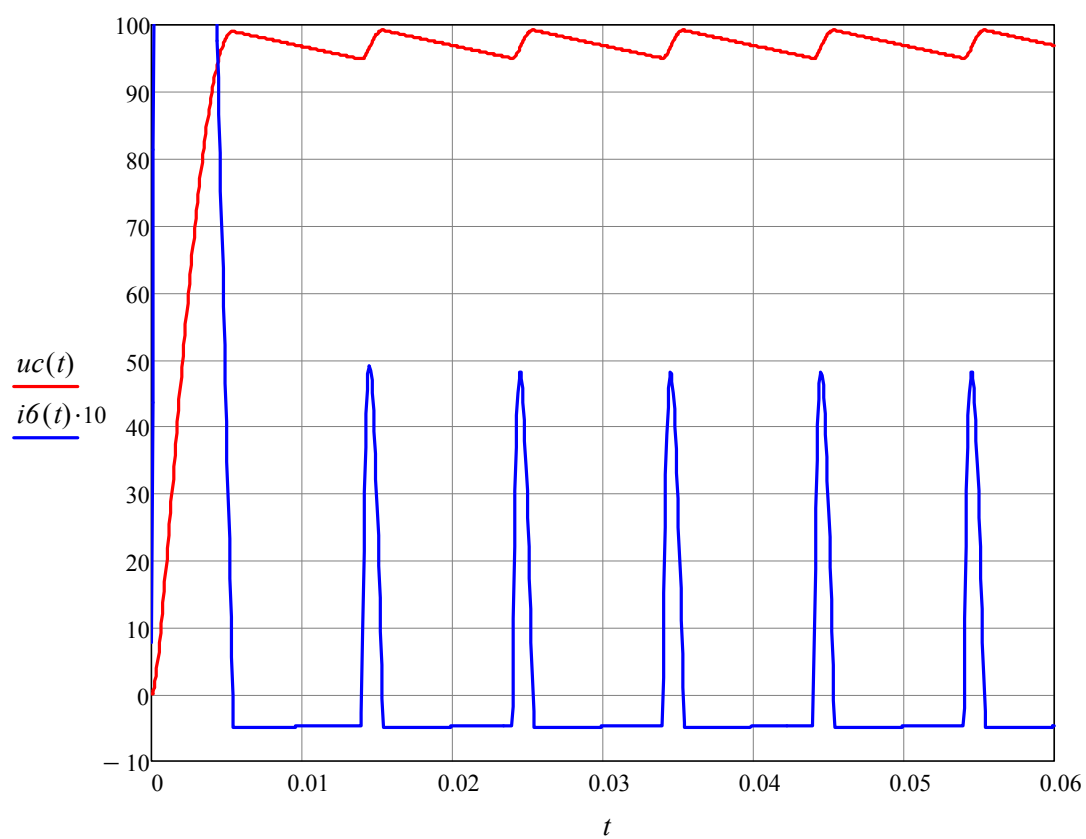
$$\begin{aligned} D(t, X) := & \frac{1}{C} \cdot \left[X0 \cdot \left(-\frac{1}{R5} - \frac{1}{if(u(t) > X0, Rp1, Ro1) + if(-u(t) > X0, Rp2, Ro2)} - \frac{1}{if(-u(t) > X0, Rp3, Ro3) + if(u(t) > X0, Rp4, Ro4)} \right) + \right. \\ & + \frac{u(t) \cdot (if(u(t) > X0, Rp1, Ro1) + if(-u(t) > X0, Rp2, Ro2)) \cdot (if(-u(t) > X0, Rp3, Ro3) + if(u(t) > X0, Rp4, Ro4)) +}{[R0 \cdot (if(u(t) > X0, Rp1, Ro1) + if(-u(t) > X0, Rp2, Ro2)) \cdot (if(-u(t) > X0, Rp3, Ro3) + if(u(t) > X0, Rp4, Ro4)) +} \\ & + \frac{X0 \cdot [if(u(t) > X0, Rp1, Ro1) \cdot (if(-u(t) > X0, Rp3, Ro3) + if(u(t) > X0, Rp4, Ro4)) -}{+ if(u(t) > X0, Rp1, Ro1) \cdot if(-u(t) > X0, Rp2, Ro2) \cdot (if(-u(t) > X0, Rp3, Ro3) + if(u(t) > X0, Rp4, Ro4)) +} \\ & \left. - if(-u(t) > X0, Rp3, Ro3) \cdot (if(u(t) > X0, Rp1, Ro1) + if(-u(t) > X0, Rp2, Ro2))] \right] \cdot \\ & + \frac{(if(-u(t) > X0, Rp3, Ro3)) \cdot if(u(t) > X0, Rp4, Ro4) \cdot (if(u(t) > X0, Rp1, Ro1) + if(-u(t) > X0, Rp2, Ro2))}{+ (if(-u(t) > X0, Rp3, Ro3)) \cdot if(u(t) > X0, Rp4, Ro4) \cdot (if(u(t) > X0, Rp1, Ro1) + if(-u(t) > X0, Rp2, Ro2))} \cdot \\ & \cdot \left(\frac{if(-u(t) > X0, Rp2, Ro2)}{if(u(t) > X0, Rp1, Ro1) + if(-u(t) > X0, Rp2, Ro2)} - \frac{if(u(t) > X0, Rp4, Ro4)}{if(-u(t) > X0, Rp3, Ro3) + if(u(t) > X0, Rp4, Ro4)} \right) \end{aligned}$$

$$Z := rkfixed(NU, 0, .1, 5000, D)$$

$$tn := Z^{(0)} \quad ucn := Z^{(1)} \quad uc(t) := linterp(tn, ucn, t)$$

$$i5(t) := \frac{uc(t)}{R5} \quad i6(t) := C \cdot \left(\frac{d}{dt} uc(t) \right)$$

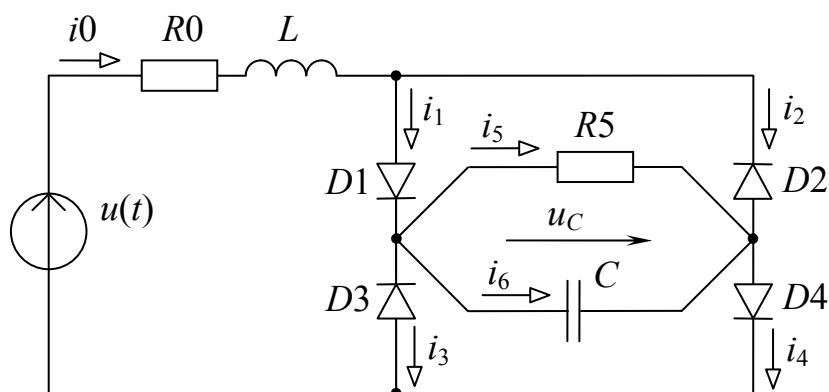
4. Графические диаграммы функций $uc(t)$, $i6(t)$



ЗАДАЧА 59.2

РАСЧЕТ МОСТОВОГО ВЫПРЯМИТЕЛЯ С РЕАЛЬНЫМ ИСТОЧНИКОМ НАПРЯЖЕНИЯ

1. Схема цепи и параметры элементов



$$R5 := 200 \quad C := 500 \cdot 10^{-6} \quad R0 := .1 \quad L := 0.001$$

$$Um := 100 \quad f := 50 \quad \omega := 2\pi f \quad u(t) := Um \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

$$Rp1 := 1 \quad Rp2 := 1 \quad Rp3 := 1 \quad Rp4 := 1$$

$$Ro1 := 10000 \quad Ro2 := 10000 \quad Ro3 := 10000 \quad Ro4 := 10000$$

$$R1 = \text{if}(u(t) > uc, Rp1, Ro1)$$

$$R2 = \text{if}(-u(t) > uc, Rp2, Ro2)$$

$$R3 = \text{if}(-u(t) > uc, Rp3, Ro3)$$

$$R4 = \text{if}(u(t) > uc, Rp4, Ro4)$$

2. Система дифференциальных уравнений

$$i \cdot R1 + i3 \cdot R3 = u(t) - i0 \cdot R0 - L \cdot \left(\frac{d}{dt} i0 \right)$$

$$i1 \cdot R1 - i2 \cdot R2 = -uc$$

$$i1 + i2 = i0$$

$$i3 \cdot R3 - i4 \cdot R4 = uc$$

$$i3+i4=i0$$

$$i1-i3=\frac{1}{R5}\cdot uc+C\cdot\left(\frac{d}{dt}uc\right)$$

3.Решение системы дифференциальных уравнений

$$i2=i0-i1$$

$$i1\cdot R1-(i0-i1)\cdot R2=-uc$$

$$i1=\frac{-uc+i0\cdot R2}{R1+R2}$$

$$i4=i0-i3$$

$$i3\cdot R3-(i0-i3)\cdot R4=uc$$

$$i3=\frac{uc+i0\cdot R4}{R3+R4}$$

$$\frac{d}{dt}i0=\frac{1}{L}\cdot\left(u(t)-i0\cdot R0-R1\cdot\frac{-uc+I0\cdot R2}{R1+R2}-R3\cdot\frac{uc+i0\cdot R4}{R3+R4}\right)$$

$$\frac{d}{dt}uc=\frac{1}{C}\cdot\left(-\frac{1}{R5}\cdot uc+\frac{-uc+i0\cdot R2}{R1+R2}-\frac{uc+i0\cdot R4}{R3+R4}\right)$$

$$NU:=(0\ 0)^T$$

$$D(t,X):=\left[\begin{array}{c} \frac{1}{L}\cdot\left(u(t)-X_0\cdot R0-if\left(u(t)>X_1,Rp1,Ro1\right)\cdot\frac{-X_1+X_0\cdot if\left(-u(t)>X_1,Rp2,Ro2\right)}{if\left(u(t)>X_1,Rp1,Ro1\right)+if\left(-u(t)>X_1,Rp2,Ro2\right)}-if\left(-u(t)>X_1,Rp3,Ro3\right)\cdot\frac{X_1+X_0\cdot if\left(u(t)>X_1,Rp4,Ro4\right)}{if\left(-u(t)>X_1,Rp3,Ro3\right)+if\left(u(t)>X_1,Rp4,Ro4\right)}\right)\\ \frac{1}{C}\cdot\left(\frac{-1}{R5}\cdot X_1+\frac{-X_1+X_0\cdot if\left(-u(t)>X_1,Rp2,Ro2\right)}{if\left(u(t)>X_1,Rp1,Ro1\right)+if\left(-u(t)>X_1,Rp2,Ro2\right)}-\frac{X_1+X_0\cdot if\left(u(t)>X_1,Rp4,Ro4\right)}{if\left(-u(t)>X_1,Rp3,Ro3\right)+if\left(u(t)>X_1,Rp4,Ro4\right)}\right) \end{array}\right]$$

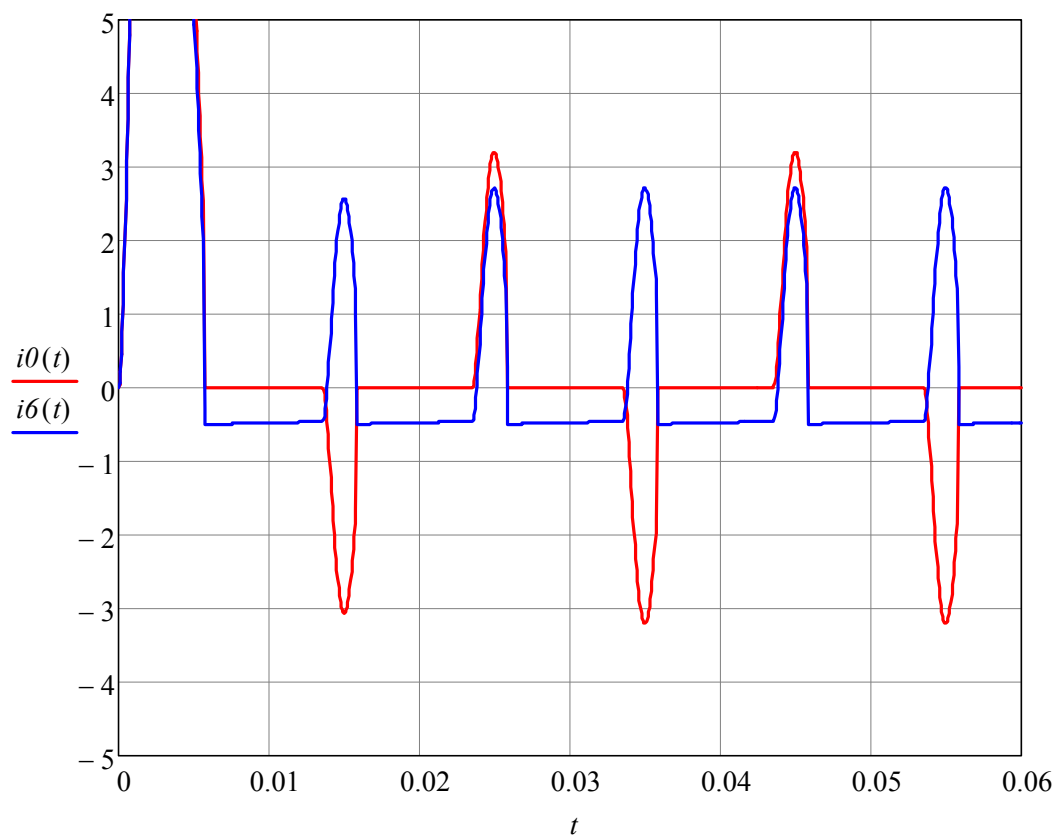
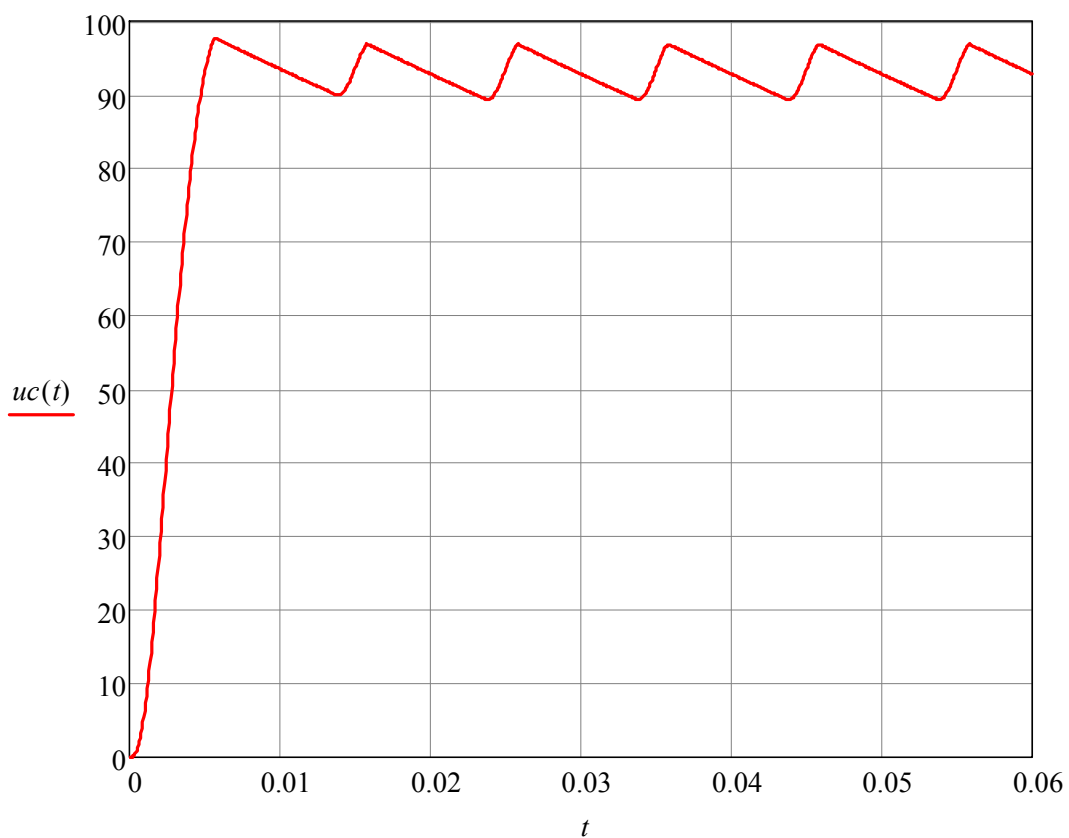
$$Z:=Rkadapt(NU,0,.1,5000,D)$$

$$tn:=Z^{\langle 0 \rangle} \qquad i0n:=Z^{\langle 1 \rangle} \qquad i0(t):=linterp(tn,i0n,t)$$

$$ucn:=Z^{\langle 2 \rangle} \qquad uc(t):=linterp(tn,ucn,t)$$

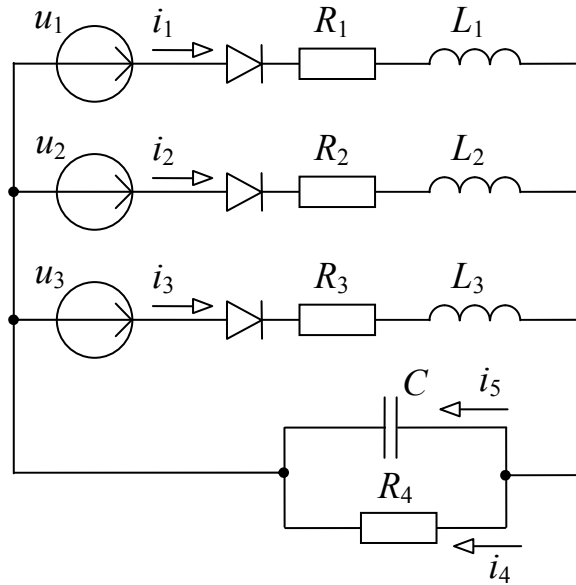
$$i6(t):=C\cdot\left(\frac{d}{dt}uc(t)\right)$$

4. Графические диаграммы функций $uc(t)$, $i0(t)$, $i6(t)$



ЗАДАЧА 60. РАСЧЕТ ТРЕХФАЗНОГО ВЫПРЯМИТЕЛЯ

1. Схема цепи и параметры элементов



$$R1 := 2 \quad R2 := 2 \quad R3 := 2 \quad R4 := 200 \quad L1 := .1 \quad L2 := .1 \quad L3 := .1$$

$$C := 200 \times 10^{-6} \quad Um := 100 \quad f := 50 \quad \omega := 2\pi f \quad T := \frac{1}{f} \quad \alpha := 30deg$$

$$u1(t) := Um \cdot \sin(\omega \cdot t + \alpha)$$

$$u2(t) := Um \cdot \sin(\omega \cdot t + \alpha - 120 \cdot deg)$$

$$u3(t) := Um \cdot \sin(\omega \cdot t + \alpha + 120 \cdot deg)$$

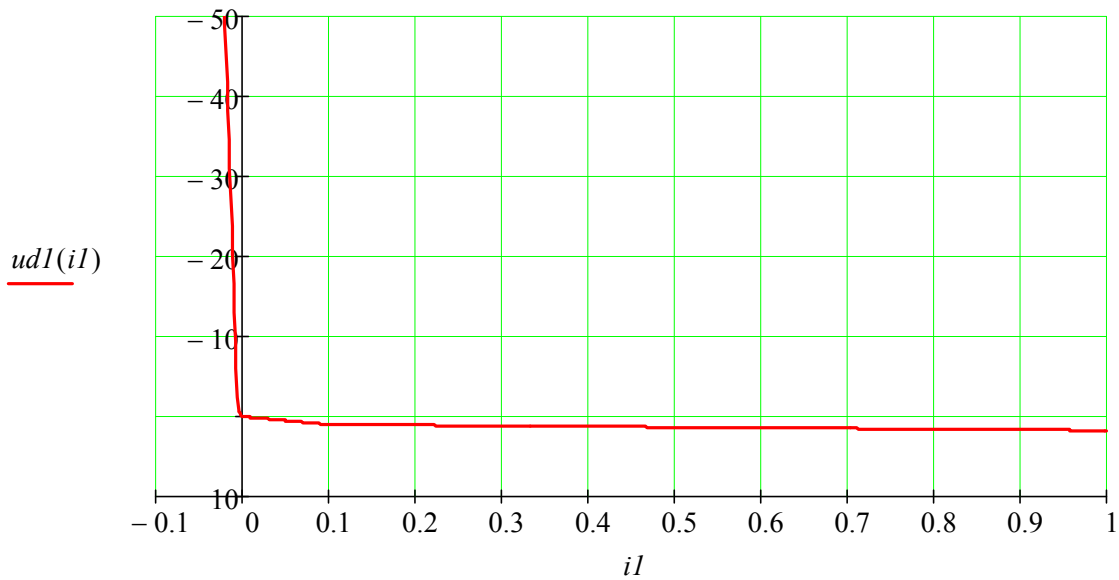
$$ik := (-.05 \quad -.02 \quad -.005 \quad 0 \quad .1 \quad 5 \quad 10)^T \quad uk := (-200 \quad -50 \quad -1 \quad 0 \quad 1 \quad 5 \quad 20)^T$$

$$ud1(i1) := \text{linterp}(ik, uk, i1)$$

$$ud2(i2) := \text{linterp}(ik, uk, i2)$$

$$ud3(i3) := \text{linterp}(ik, uk, i3)$$

Графическая диаграмма ВАХ диода



2. Система дифференциальных уравнений и ее решение

$$i1 \cdot R1 + ud1 + L1 \cdot \frac{di1}{dt} + Uc = u1(t)$$

$$i2 \cdot R2 + ud2 + L2 \cdot \frac{di2}{dt} + Uc = u2(t)$$

$$i3 \cdot R3 + ud3 + L3 \cdot \frac{di3}{dt} + Uc = u3(t)$$

$$-i4 \cdot R4 + Uc = 0$$

$$C \cdot \frac{dUc}{dt} = i5$$

$$i1 + i2 + i3 - i4 - i5 = 0$$

$$\frac{d}{dt} i1 = \frac{-R1}{L1} \cdot i1 - \frac{1}{L1} \cdot ud1 - \frac{1}{L1} \cdot Uc + \frac{1}{L1} \cdot u1(t)$$

$$\frac{d}{dt} i2 = \frac{-R2}{L2} \cdot i2 - \frac{1}{L2} \cdot ud2 - \frac{1}{L2} \cdot Uc + \frac{1}{L2} \cdot u2(t)$$

$$\frac{d}{dt} i3 = \frac{-R3}{L3} \cdot i3 - \frac{1}{L3} \cdot ud3 - \frac{1}{L3} \cdot Uc + \frac{1}{L3} \cdot u3(t)$$

$$\frac{d}{dt} Uc = \frac{1}{C} \cdot i1 + \frac{1}{C} \cdot i2 + \frac{1}{C} \cdot i3 - \frac{1}{R4 \cdot C} \cdot Uc$$

$$X := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \underline{F}(t, X) := \begin{pmatrix} \frac{-1}{L1} \cdot R1 \cdot X_0 + \frac{-1}{L1} \cdot ud1(X_0) + \frac{-1}{L1} \cdot X_3 + \frac{1}{L1} \cdot u1(t) \\ \frac{-1}{L2} \cdot R2 \cdot X_1 + \frac{-1}{L2} \cdot ud2(X_1) + \frac{-1}{L2} \cdot X_3 + \frac{1}{L2} \cdot u2(t) \\ \frac{-1}{L3} \cdot R2 \cdot X_2 + \frac{-1}{L3} \cdot ud3(X_2) + \frac{-1}{L3} \cdot X_3 + \frac{1}{L3} \cdot u3(t) \\ \frac{1}{C} \cdot X_0 + \frac{1}{C} \cdot X_1 + \frac{1}{C} \cdot X_2 + \frac{-1}{C \cdot R4} \cdot X_3 \end{pmatrix}$$

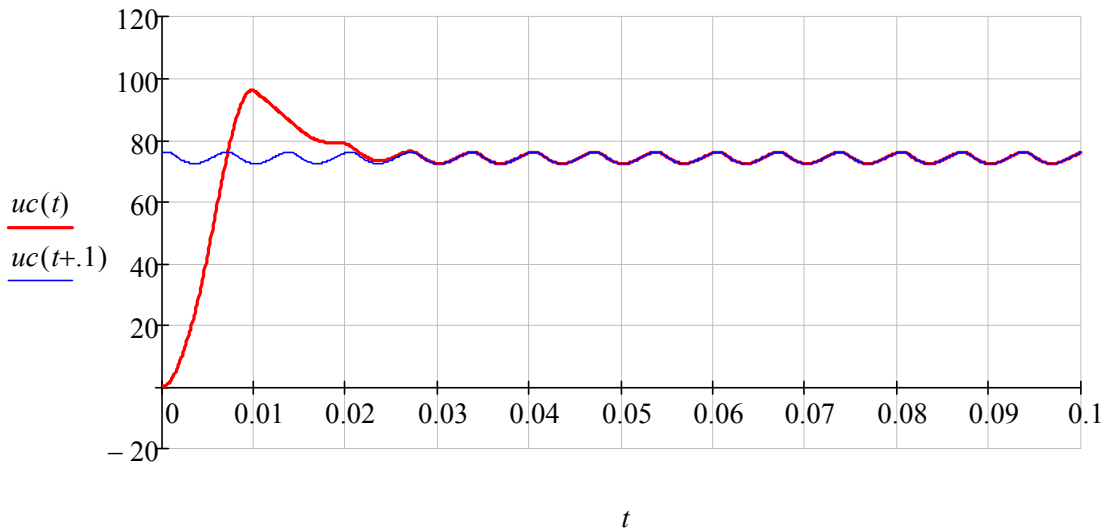
$$Z := rkfixed(X, 0, 0.2, 10000, F)$$

$$tn := Z^{(0)} \quad i1n := Z^{(1)} \quad i2n := Z^{(2)} \quad i3n := Z^{(3)} \quad ucn := Z^{(4)}$$

$$i4n := \frac{ucn}{R4} \quad i5n := i1n + i2n + i3n - i4n$$

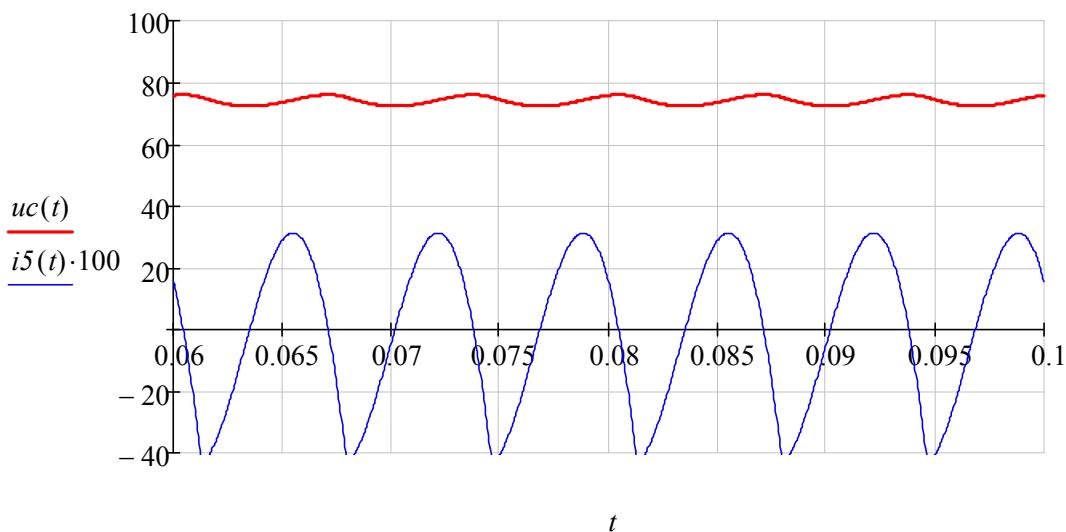
$$uc(t) := \text{interp}(tn, ucn, t) \quad i5(t) := C \cdot \left(\frac{d}{dt} uc(t) \right)$$

3. Определение времени переходного процесса



Заключение: переходной процесс продолжается .04 с или 2 периода.
Начиная с 3-го периода режим в схеме можно считать установившимся.

4. Графические диаграммы функций токов $uc(t)$, $i5(t)$



5. Обработка результатов расчета для 5-го периода

5.1. Среднеарифметическое значение (постоянная составляющая)

$$U_{co} := \frac{1}{T} \cdot \int_{4T}^{5T} uc(t) dt = 74.036$$

5.2. Среднеквадратичное (действующее) значение

$$U_{cd} := \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_{4T}^{5T} uc(t)^2 dt} = 74.047$$

5.3. Среднеквадратичное (действующее) значение гармоник

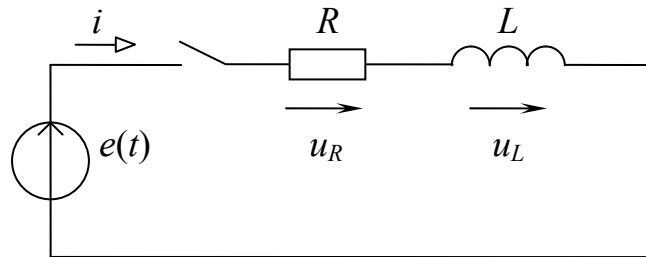
$$U_{cg} := \sqrt{U_{cd}^2 - U_{co}^2} = 1.299$$

5.4. Коэффициент пульсаций

$$K_p := \frac{U_{cg}}{U_{co}} = 0.018$$

ЗАДАЧА 61.
СРАВНИТЕЛЬНАЯ ОЦЕНКА ПЕРЕХОДНОГО ПРОЦЕССА
В ЛИНЕЙНОЙ И НЕЛИНЕЙНОЙ ЦЕПИ RL

1. Схема цепи и параметры элементов



$$E := 100 \quad Rl := 100 \quad Ll := 0.2 \quad a := .02 \quad b := 20 \quad i2 = a \cdot \sinh(b \cdot \psi)$$

2. Дифференциальное уравнение и его решение для линейной цепи

$$i1 \cdot R + L \frac{d}{dt} i1 = e(t) \qquad \frac{d}{dt} i1 = \frac{-R}{L} \cdot i1 + \frac{e(t)}{L}$$

$$NU := 0 \qquad D(t, X) := \frac{-Rl}{Ll} \cdot X_0 + \frac{E}{Ll}$$

$$\underline{F} := rkfixed(NU, 0, 0.1, 5000, D)$$

$$t := F^{(0)} \quad i := F^{(1)} \qquad Ur1 := i \cdot Rl$$

3. Дифференциальное уравнение и его решение для нелинейной цепи

$$i2 \cdot R + \left(\frac{d}{dt} \psi \right) = E \qquad i2 = a \cdot \sinh(b \cdot \psi)$$

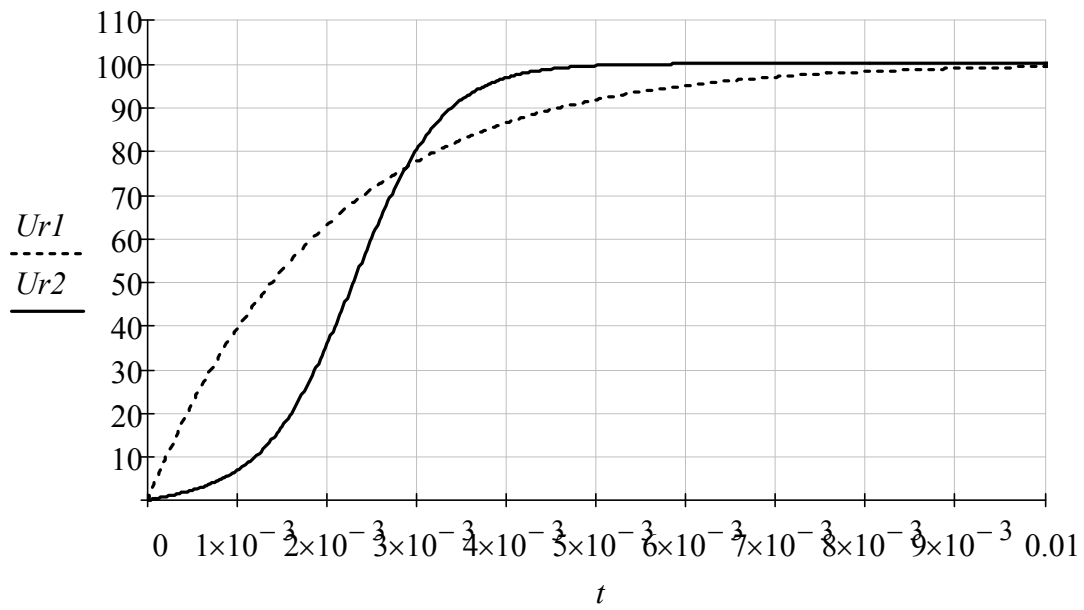
$$\frac{d}{dt} \psi = -R \cdot (a \cdot \sinh(b \cdot \psi)) + E$$

$$\underline{N} := 0 \qquad \underline{D}(t, X) := -Rl \cdot (a \cdot \sinh(b \cdot X_0)) + E$$

$$\underline{F} := rkfixed(N, 0, 0.1, 5000, D)$$

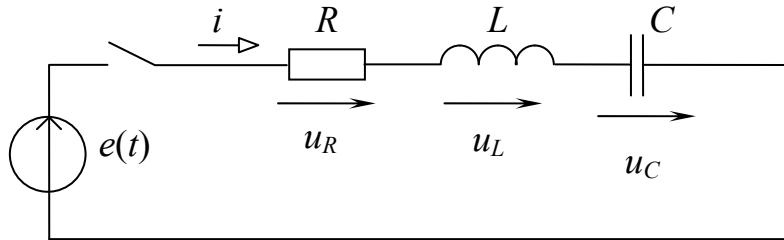
$$t := F^{(0)} \qquad \psi := F^{(1)} \qquad i2 := a \cdot \sinh(b \cdot \psi) \qquad Ur2 := i2 \cdot Rl$$

4. Графические диаграммы функций $Ur(t)$



ЗАДАЧА 62.
СРАВНИТЕЛЬНАЯ ОЦЕНКА ПЕРЕХОДНОГО ПРОЦЕССА
В ЛИНЕЙНОЙ И НЕЛИНЕЙНОЙ ЦЕПИ RLC

1. Схема цепи и параметры элементов



Исходные данные:

$$E := 200 \quad L := 0.3 \quad C := 50 \cdot 10^{-6} \quad R := 50$$

$$a := .2 \quad b := 10 \quad i2 = a \cdot \sinh(b \cdot \psi)$$

2. Система дифференциальных уравнений и ее решение
для линейной цепи

$$iL \cdot R + L \frac{d}{dt} iL + U_C = E \quad iL = C \left(\frac{d}{dt} U_C \right)$$

$$\frac{d}{dt} iL = \frac{-R}{L} \cdot iL - \frac{1}{L} U_C + \frac{E}{L} \quad \frac{d}{dt} U_C = \frac{1}{C} \cdot iL$$

$$N := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad D(t, X) := \begin{pmatrix} \frac{-R}{L} X_0 + \frac{-1}{L} X_1 + \frac{E}{L} \\ \frac{1}{C} \cdot X_0 \end{pmatrix}$$

$$F := rkfixed(N, 0, 0.2, 10000, D)$$

$$t := F^{(0)} \quad iL := F^{(1)} \quad U_C := F^{(2)} \quad U_R := iL \cdot R$$

3. Система дифференциальных уравнений и ее решение для нелинейной цепи

$$i2 \cdot R + \frac{d}{dt} \psi + U_{c2} = E \quad i2 = \frac{d}{dt} U_{c2} \quad i2 = a \cdot \sinh(b \cdot \psi)$$

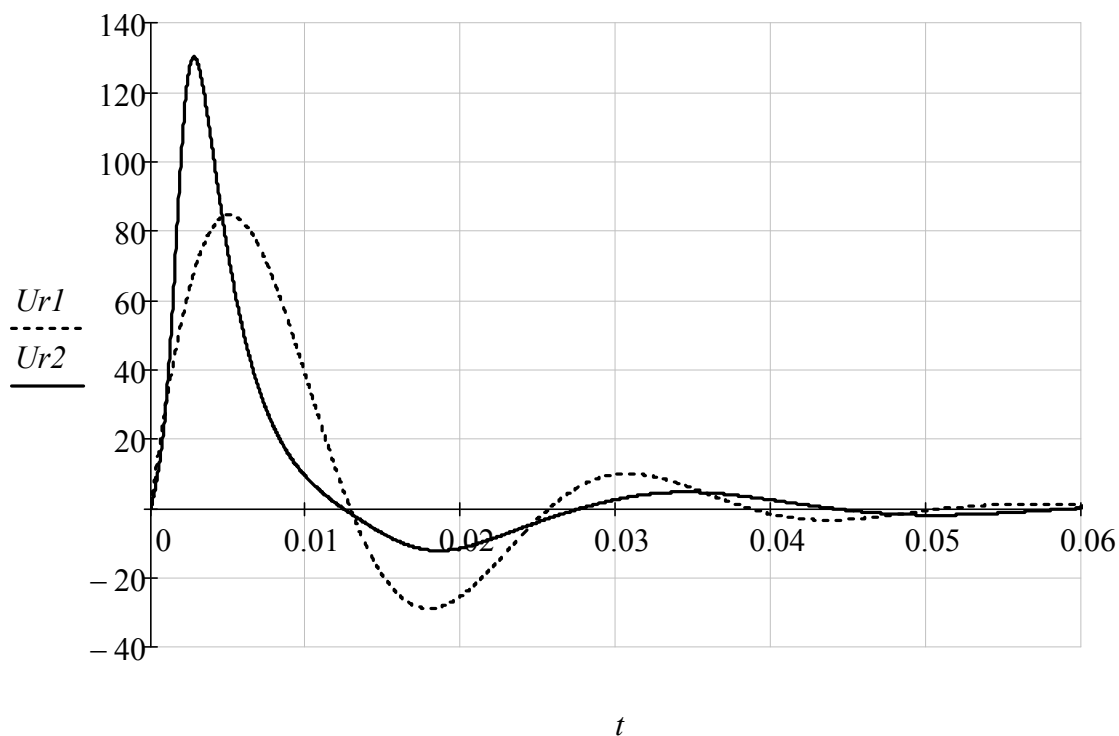
$$\frac{d}{dt} \psi = -R \cdot (a \cdot \sinh(b \cdot \psi)) - U_{c2} + E \quad \frac{d}{dt} U_{c2} = \frac{1}{C} \cdot (a \cdot \sinh(b \cdot \psi))$$

$$N := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \underline{D}(t, X) := \begin{bmatrix} -R \cdot (a \cdot \sinh(b \cdot X_0)) - X_1 + E \\ \frac{1}{C} \cdot (a \cdot \sinh(b \cdot X_0)) \end{bmatrix}$$

$$\underline{F} := \text{rkfixed}(N, 0, 0.2, 10000, D)$$

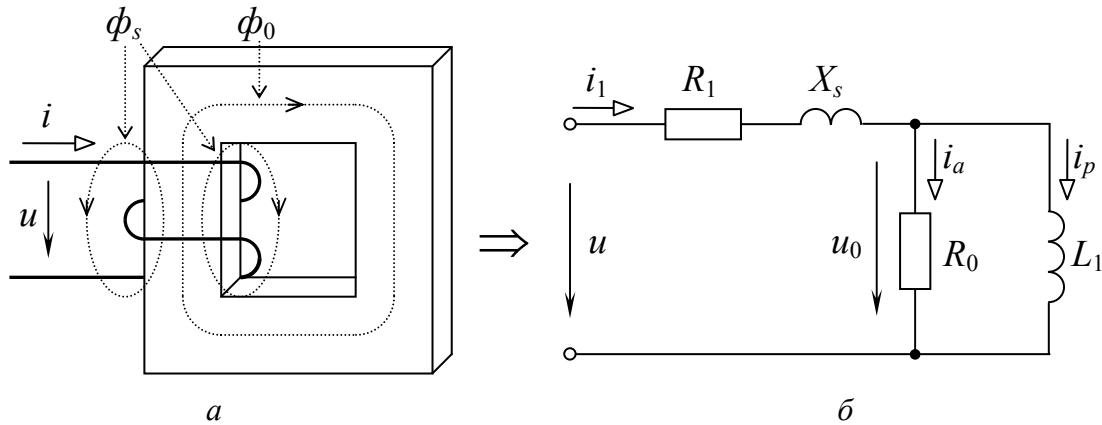
$$t := F^{(0)} \quad \psi := F^{(1)} \quad U_{c2} := F^{(2)} \quad i2 := a \cdot \sinh(b \cdot \psi) \quad U_{r2} := i2 \cdot R$$

4. Графические диаграммы функций напряжений $U_r(t)$



ЗАДАЧА 63. РАСЧЕТ ПЕРЕХОДНОГО ПРОЦЕССА В ТРАНСФОРМАТОРЕ

1. Схема цепи и параметры элементов



$$Rl := .3 \quad Ro := 5000 \quad Ll := 0.01 \quad a := .1 \quad b := 20 \quad m := 9$$

$$Em := 250 \quad f := 50 \quad \alpha := 10deg \quad \omega := 2 \cdot \pi \cdot f \quad e(t) := Em \cdot \sin(\omega \cdot t + \alpha)$$

2. Система дифференциальных уравнений и ее решение

$$i_l - i_a - i_p = 0 \quad Rl \cdot i_l + Ll \cdot \frac{d}{dt} i_l + i_a \cdot Ro = e(t)$$

$$i_a \cdot Ro = \frac{d}{dt} \psi \quad i_p = a \cdot \psi + b \cdot \psi^m$$

$$\frac{d}{dt} i_l = \frac{-(Rl + Ro)}{Ll} \cdot i_l + \frac{Ro}{Ll} (a \psi + b \psi^m) + \frac{1}{Ll} e(t)$$

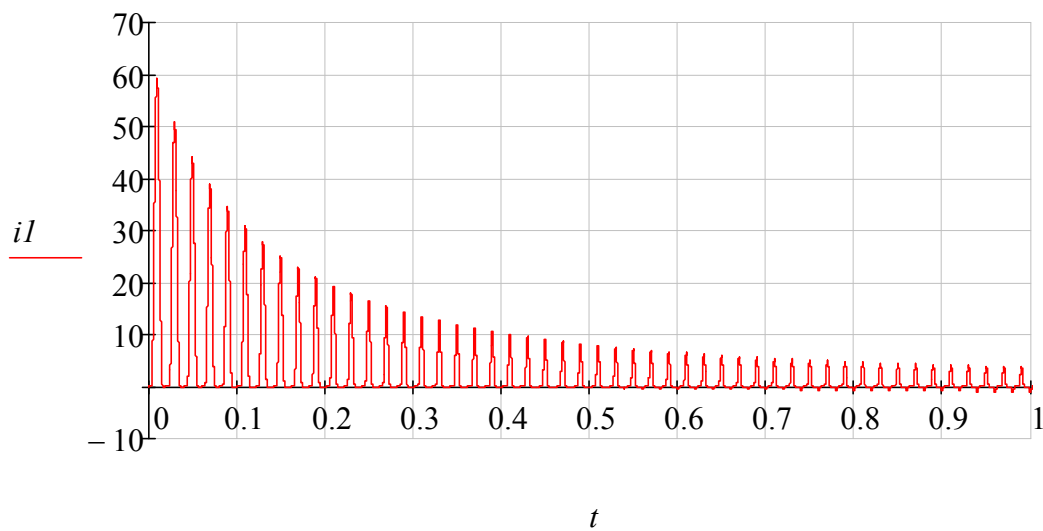
$$\frac{d}{dt} \psi = Ro \cdot i_l - Ro \cdot (a \psi + b \psi^m)$$

$$N := \begin{pmatrix} 0 \\ .2 \end{pmatrix} \quad F(t, X) := \begin{bmatrix} \frac{-(Rl + Ro)}{Ll} \cdot X_0 + \frac{Ro}{Ll} [a \cdot X_1 + b \cdot (X_1)^m] + \frac{1}{Ll} \cdot e(t) \\ Ro \cdot X_0 - Ro \cdot [a \cdot X_1 + b \cdot (X_1)^m] \end{bmatrix}$$

$$Z := Rkadapt(N, 0, 2, 100000, F)$$

$$t := Z^{(0)} \quad i_l := Z^{(1)} \quad \psi := Z^{(2)}$$

3. Графическая диаграмма функции тока $iI(t)$



5. Кратность импульса пускового тока

$$I_{max} := \max(iI) = 59.217$$

$$I_{min} := \min(iI) = -1.869$$

$$Kp := \frac{I_{max}}{-I_{min}} = 31.687$$

ЗАДАЧА 64.
ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ПОЛЕ ДВУХПРОВОДНОЙ ЛИНИИ
БЕЗ УЧЕТА ЗЕМЛИ

1. Исходные данные

$$U := 200 \quad X1 := 4.5 \quad \underline{Y1} := 4.5 \quad X2 := 14.5 \quad Y2 := 4.5$$

$$\underline{R} := 0.01 \quad Xn := 7.5 \quad \underline{Yn} := 6 \quad j := \sqrt{-1}$$

2. Расчет зарядов проводов

$$d := \sqrt{(X1 - X2)^2 + (Y1 - Y2)^2} = 10 \quad T1 := \frac{U}{\ln\left(\frac{d}{R}\right)} = 28.953$$

$$T2 := -T1 = -28.953$$

3. Расчет вектора E_n в заданной точке n

$$R1 := \sqrt{(X1 - Xn)^2 + (Y1 - Yn)^2} = 3.354$$

$$R2 := \sqrt{(X2 - Xn)^2 + (Y2 - Yn)^2} = 7.159$$

$$Ex := T1 \cdot (Xn - X1) \cdot \frac{1}{R1^2} + T2 \cdot (Xn - X2) \cdot \frac{1}{R2^2} = 11.675$$

$$Ey := T1 \cdot (Yn - Y1) \cdot \frac{1}{R1^2} + T2 \cdot (Yn - Y2) \cdot \frac{1}{R2^2} = 3.013$$

$$En := Ex + j \cdot Ey \quad |En| = 12.058 \quad \arg(En) = 14.47 \cdot \text{deg}$$

4. Расчет потенциала V_n в заданной точке n

$$Vn := T1 \cdot \ln\left(\frac{1}{R1}\right) + T2 \cdot \ln\left(\frac{1}{R2}\right) = 21.951$$

5. Графическая диаграмма поля

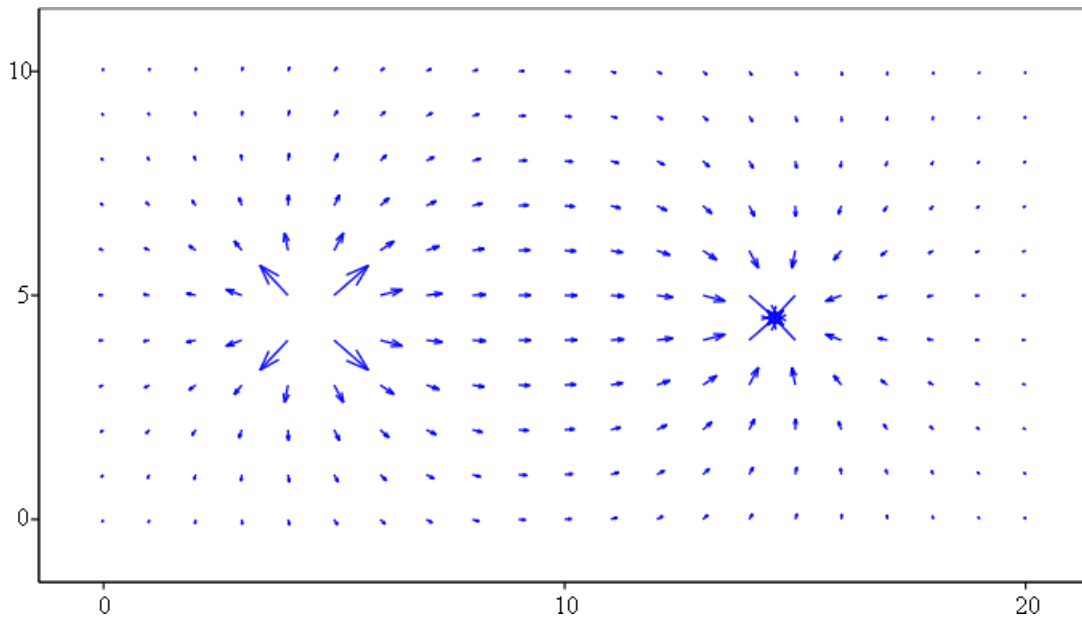
$$R1(x,y) := \sqrt{(X1 - x)^2 + (Y1 - y)^2} \quad R2(x,y) := \sqrt{(X2 - x)^2 + (Y2 - y)^2}$$

$$Ex(x,y) := T1 \cdot (x - X1) \cdot \frac{1}{R1(x,y)^2} + T2 \cdot (x - X2) \cdot \frac{1}{R2(x,y)^2}$$

$$Ey(x,y) := T1 \cdot (y - Y1) \cdot \frac{1}{R1(x,y)^2} + T2 \cdot (y - Y2) \cdot \frac{1}{R2(x,y)^2}$$

$$n := 20 \quad m := 10 \quad i := 0..n \quad j := 0..m \quad x_i := i \quad y_j := j$$

$$E1_{i,j} := Ex(x_i, y_j) \quad E2_{i,j} := Ey(x_i, y_j)$$



$(E1, E2)$

ЗАДАЧА 65.
ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ПОЛЕ ДВУХПРОВОДНОЙ ЛИНИИ
С УЧЕТОМ ЗЕМЛИ

1. Исходные данные

$$V1 := 100 \quad V2 := -100 \quad X1 := 4.5 \quad \underline{Y1} := 4.5 \quad X2 := 14.5 \quad Y2 := 4.5$$

$$\underline{R} := 0.01 \quad Xn := 5 \quad \underline{Yn} := 6 \quad j := \sqrt{-1}$$

2. Расчет зарядов проводов

$$d := \sqrt{(X1 - X2)^2 + (Y1 - Y2)^2} = 10$$

$$D := \sqrt{(X1 - X2)^2 + (Y1 + Y2)^2} = 13.454$$

$$A1 := \ln\left(2 \frac{Y1}{R}\right) \quad A2 := \ln\left(2 \frac{Y2}{R}\right) \quad A12 := \ln\left(\frac{d}{D}\right)$$

$$T1 := \frac{(A2 \cdot V1 - A12 \cdot V2)}{A1 \cdot A2 - A12 \cdot A12} = 14.086 \quad T2 := \frac{(A1 \cdot V2 - A12 \cdot V1)}{A1 \cdot A2 - A12 \cdot A12} = -14.086$$

3. Расчет вектора $\underline{E}_n$ в заданной точке n

$$R1 := \sqrt{(X1 - Xn)^2 + (Y1 - Yn)^2} = 1.581$$

$$R2 := \sqrt{(X2 - Xn)^2 + (Y2 - Yn)^2} = 9.618$$

$$R3 := \sqrt{(X1 - Xn)^2 + (Y1 + Yn)^2} = 10.512$$

$$R4 := \sqrt{(X2 - Xn)^2 + (Y2 + Yn)^2} = 14.16$$

$$Ex := T1 \cdot (Xn - X1) \cdot \frac{1}{R1^2} - T1 \cdot (Xn - X1) \cdot \frac{1}{R3^2} + T2 \cdot (Xn - X2) \cdot \frac{1}{R2^2} - T2 \cdot (Xn - X2) \cdot \frac{1}{R4^2}$$

$$Ey := T1 \cdot (Yn - Y1) \cdot \frac{1}{R1^2} - T1 \cdot (Yn + Y1) \cdot \frac{1}{R3^2} + T2 \cdot (Yn - Y2) \cdot \frac{1}{R2^2} - T2 \cdot (Yn + Y2) \cdot \frac{1}{R4^2}$$

$$En := Ex + j \cdot Ey \quad |En| = 8.401 \quad \arg(En) = 65.134 \cdot \text{deg}$$

4. Расчет потенциала V_n в заданной точке n

$$V_n := T1 \cdot \ln\left(\frac{R3}{R1}\right) + T2 \cdot \ln\left(\frac{R4}{R2}\right) = 21.236$$

5. Графическая диаграмма поля

$$R1(x, y) := \sqrt{(X1 - x)^2 + (Y1 - y)^2} \quad R2(x, y) := \sqrt{(X2 - x)^2 + (Y2 - y)^2}$$

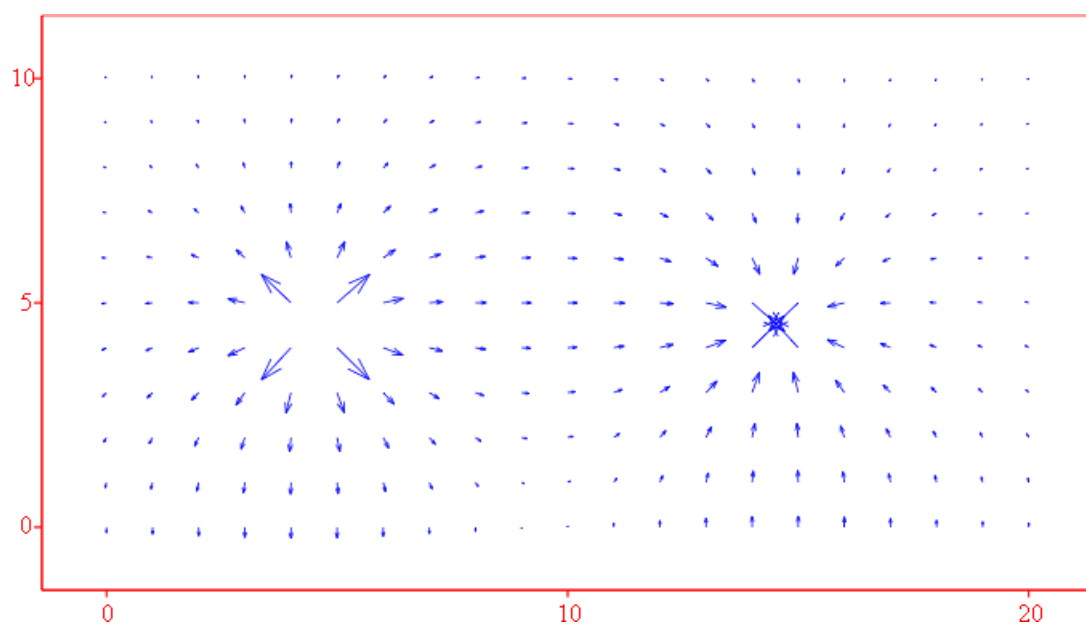
$$R3(x, y) := \sqrt{(X1 - x)^2 + (Y1 + y)^2} \quad R4(x, y) := \sqrt{(X2 - x)^2 + (Y2 + y)^2}$$

$$Ex(x, y) := T1 \cdot (x - X1) \cdot \frac{1}{R1(x, y)^2} - T1 \cdot (x - X1) \cdot \frac{1}{R3(x, y)^2} + T2 \cdot (x - X2) \cdot \frac{1}{R2(x, y)^2} - \\ - T2 \cdot (x - X2) \cdot \frac{1}{R4(x, y)^2}$$

$$Ey(x, y) := T1 \cdot (y - Y1) \cdot \frac{1}{R1(x, y)^2} - T1 \cdot (y + Y1) \cdot \frac{1}{R3(x, y)^2} + T2 \cdot (y - Y2) \cdot \frac{1}{R2(x, y)^2} - \\ - T2 \cdot (y + Y2) \cdot \frac{1}{R4(x, y)^2}$$

$$n := 20 \quad m := 10 \quad i := 0..n \quad j := 0..m \quad x_i := i \quad y_j := j$$

$$E1_{i,j} := Ex(x_i, y_j) \quad E2_{i,j} := Ey(x_i, y_j)$$



$(E1, E2)$

ЗАДАЧА 66. ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ПОЛЕ ТРЕХФАЗНОЙ ЛИНИИ С УЧЕТОМ ЗЕМЛИ

1. Исходные данные

$$Um := 100 \quad \omega t := 30deg \quad Va := Um \cdot \sin(\omega t)$$

$$Vb := Um \cdot \sin(\omega t - 120deg) \quad Vc := Um \cdot \sin(\omega t + 120deg)$$

$$Xa := 4.5 \quad Ya := 6.5 \quad Xb := 10.5 \quad Yb := 6.5 \quad Xc := 16.5 \quad Yc := 6.5$$

$$\underline{R} := 0.02 \quad Xn := 17 \quad \underline{Yn} := 6$$

$$Va = 50 \quad Vb = -100 \quad Vc = 50$$

2. Расчет зарядов проводов

$$dab := \sqrt{(Xa - Xb)^2 + (Ya - Yb)^2} = 6$$

$$dbc := \sqrt{(Xb - Xc)^2 + (Yb - Yc)^2} = 6$$

$$dca := \sqrt{(Xc - Xa)^2 + (Yc - Ya)^2} = 12$$

$$Dab := \sqrt{(Xa - Xb)^2 + (Ya + Yb)^2} = 14.318$$

$$Dbc := \sqrt{(Xb - Xc)^2 + (Yb + Yc)^2} = 14.318$$

$$Dca := \sqrt{(Xc - Xa)^2 + (Yc + Ya)^2} = 17.692$$

$$Aaa := \ln\left(2 \frac{Ya}{R}\right) \quad Abb := \ln\left(2 \frac{Yb}{R}\right) \quad Acc := \ln\left(2 \frac{Yc}{R}\right)$$

$$Aab := \ln\left(\frac{dab}{Dab}\right) \quad Abc := \ln\left(\frac{dbc}{Dbc}\right) \quad Aca := \ln\left(\frac{dca}{Dca}\right)$$

$$\underline{A} := \begin{pmatrix} Aaa & Aab & Aca \\ Aab & Abb & Abc \\ Aca & Abc & Acc \end{pmatrix} \quad \underline{V} := \begin{pmatrix} Va \\ Vb \\ Vc \end{pmatrix} \quad \underline{T} := \underline{A}^{-1} \cdot \underline{V} \quad T = \begin{pmatrix} 6.246 \\ -13.762 \\ 6.246 \end{pmatrix}$$

$$Ta := T_0 = 6.246 \quad Tb := T_1 = -13.762 \quad Tc := T_2 = 6.246$$

3. Расчет вектора E_n в заданной точке n

$$Ra := \sqrt{(Xa - Xn)^2 + (Yb - Yn)^2} = 12.51$$

$$Rb := \sqrt{(Xb - Xn)^2 + (Yb - Yn)^2} = 6.519$$

$$Rc := \sqrt{(Xc - Xn)^2 + (Yc - Yn)^2} = 0.707$$

$$Raz := \sqrt{(Xa - Xn)^2 + (Ya + Yn)^2} = 17.678$$

$$Rbz := \sqrt{(Xb - Xn)^2 + (Yb + Yn)^2} = 14.089$$

$$Rcz := \sqrt{(Xc - Xn)^2 + (Yc + Yn)^2} = 12.51$$

$$Exa := Ta \cdot (Xn - Xa) \cdot \frac{1}{Ra^2} - Ta \cdot (Xn - Xa) \cdot \frac{1}{Raz^2}$$

$$Exb := Tb \cdot (Xn - Xb) \cdot \frac{1}{Rb^2} - Tb \cdot (Xn - Xb) \cdot \frac{1}{Rbz^2}$$

$$Exc := Tc \cdot (Xn - Xc) \cdot \frac{1}{Rc^2} - Tc \cdot (Xn - Xc) \cdot \frac{1}{Rcz^2}$$

$$Eya := Ta \cdot (Yn - Ya) \cdot \frac{1}{Ra^2} - Ta \cdot (Yn + Ya) \cdot \frac{1}{Raz^2}$$

$$Eyb := Tb \cdot (Yn - Yb) \cdot \frac{1}{Rb^2} - Tb \cdot (Yn + Yb) \cdot \frac{1}{Rbz^2}$$

$$Eyc := Tc \cdot (Yn - Yc) \cdot \frac{1}{Rc^2} - Tc \cdot (Yn + Yc) \cdot \frac{1}{Rcz^2}$$

$$Ex := Exa + Exb + Exc = 4.821$$

$$Ey := Eya + Eyb + Eyc = -5.986$$

$$j := \sqrt{-1} \quad En := Ex + j \cdot Ey \quad |En| = 7.686 \quad \arg(En) = -51.154 \cdot \deg$$

4. Графическая диаграмма поля

$$\underline{Ra}(x, y) := \sqrt{(Xa - x)^2 + (Ya - y)^2} \quad \underline{Rb}(x, y) := \sqrt{(Xb - x)^2 + (Yb - y)^2}$$

$$\underline{Rc}(x, y) := \sqrt{(Xc - x)^2 + (Yc - y)^2} \quad \underline{Raz}(x, y) := \sqrt{(Xa - x)^2 + (Ya + y)^2}$$

$$\underline{Rbz}(x, y) := \sqrt{(Xb - x)^2 + (Yb + y)^2} \quad \underline{Rcz}(x, y) := \sqrt{(Xc - x)^2 + (Yc + y)^2}$$

$$\underline{Exa}(x, y) := Ta \cdot (x - Xa) \cdot \frac{1}{Ra(x, y)^2} - Ta \cdot (x - Xa) \cdot \frac{1}{Raz(x, y)^2}$$

$$\underline{Exb}(x, y) := Tb \cdot (x - Xb) \cdot \frac{1}{Rb(x, y)^2} - Tb \cdot (x - Xb) \cdot \frac{1}{Rbz(x, y)^2}$$

$$\underline{Exc}(x, y) := Tc \cdot (x - Xc) \cdot \frac{1}{Rc(x, y)^2} - Tc \cdot (x - Xc) \cdot \frac{1}{Rcz(x, y)^2}$$

$$\underline{Ex}(x, y) := Exa(x, y) + Exb(x, y) + Exc(x, y)$$

$$\underline{Eya}(x, y) := Ta \cdot (y - Ya) \cdot \frac{1}{Ra(x, y)^2} - Ta \cdot (y + Ya) \cdot \frac{1}{Raz(x, y)^2}$$

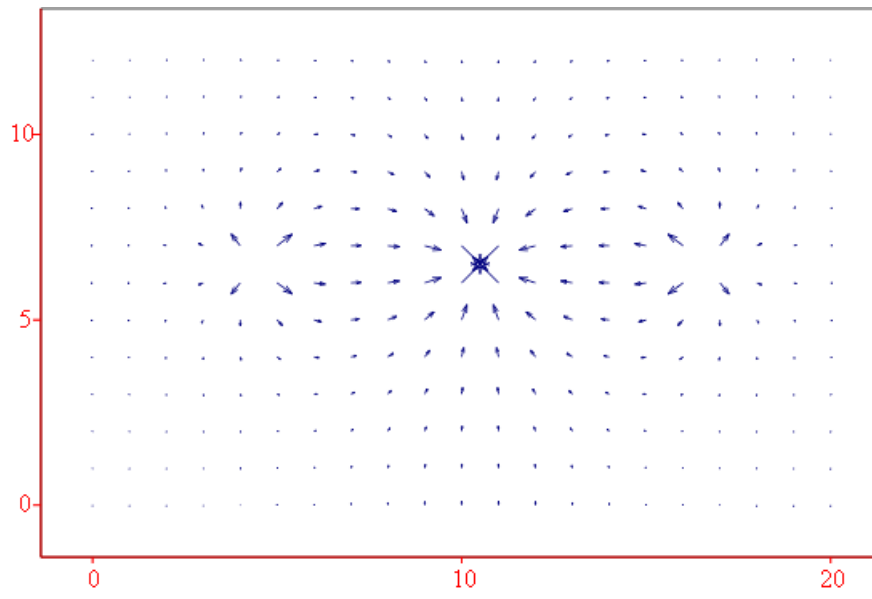
$$\underline{Eyb}(x, y) := Tb \cdot (y - Yb) \cdot \frac{1}{Rb(x, y)^2} - Tb \cdot (y + Yb) \cdot \frac{1}{Rbz(x, y)^2}$$

$$\underline{Eyc}(x, y) := Tc \cdot (y - Yc) \cdot \frac{1}{Rc(x, y)^2} - Tc \cdot (y + Yc) \cdot \frac{1}{Rcz(x, y)^2}$$

$$\underline{Ey}(x, y) := Eya(x, y) + Eyb(x, y) + Eyc(x, y)$$

$$n := 20 \quad \underline{m} := 12 \quad i := 0..n \quad \underline{j} := 0..m \quad x_i := i \quad y_j := j$$

$$El_{i,j} := Ex(x_i, y_j) \quad E2_{i,j} := Ey(x_i, y_j)$$



$(E1, E2)$

ЗАДАЧА 67. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ ДВУХПРОВОДНОЙ ЛИНИИ

1. Исходные данные

$$I := 100 \quad X1 := 4.5 \quad \underline{Y1} := 6.5 \quad X2 := 14.5 \quad Y2 := 6.5$$

$$\underline{R} := 0.01 \quad Xn := 7.5 \quad \underline{Yn} := 4.5 \quad j := \sqrt{-1}$$

2. Расчет вектора H_n в заданной точке n

$$R1 := \sqrt{(X1 - Xn)^2 + (Y1 - Yn)^2} = 3.606$$

$$R2 := \sqrt{(X2 - Xn)^2 + (Y2 - Yn)^2} = 7.28$$

$$H1x := I \cdot (Yn - Y1) \cdot \frac{1}{R1^2} = -15.385$$

$$H2x := -I \cdot (Yn - Y2) \cdot \frac{1}{R2^2} = 3.774$$

$$H1y := -I \cdot (Xn - X1) \cdot \frac{1}{R1^2} = -23.077$$

$$H2y := I \cdot (Xn - X2) \cdot \frac{1}{R2^2} = -13.208$$

$$Hx := H1x + H2x = -11.611 \quad Hy := H1y + H2y = -36.284$$

$$Hn := Hx + j \cdot Hy \quad |Hn| = 38.097 \quad \arg(Hn) = -107.745 \cdot \deg$$

3. Графическая диаграмма поля

$$\underline{R1}(x, y) := \sqrt{(X1 - x)^2 + (Y1 - y)^2} \quad \underline{R2}(x, y) := \sqrt{(X2 - x)^2 + (Y2 - y)^2}$$

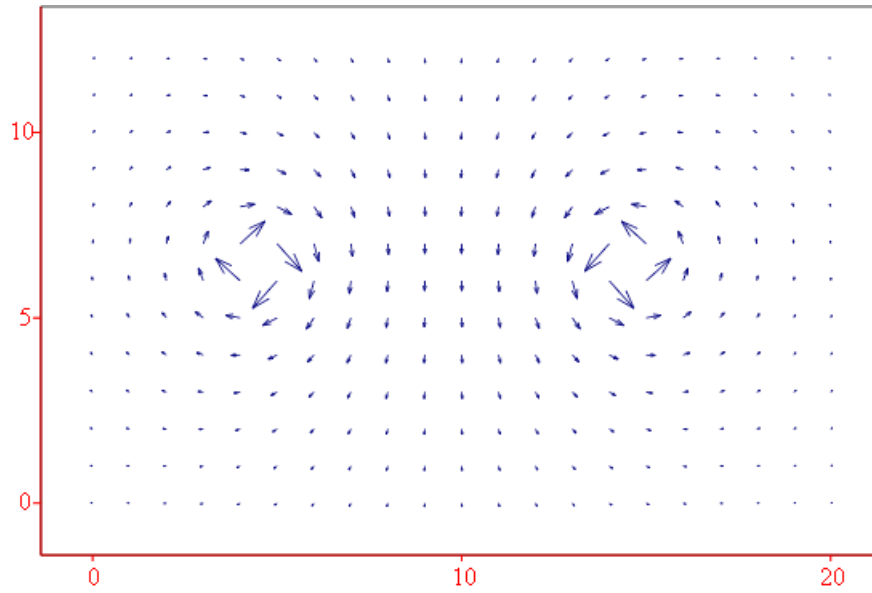
$$\underline{H1x}(x, y) := I \cdot (y - Y1) \cdot \frac{1}{R1(x, y)^2} \quad \underline{H2x}(x, y) := -I \cdot (y - Y2) \cdot \frac{1}{R2(x, y)^2}$$

$$\underline{Hx}(x, y) := \underline{H1x}(x, y) + \underline{H2x}(x, y) \quad \underline{H1y}(x, y) := -I \cdot (x - X1) \cdot \frac{1}{R1(x, y)^2}$$

$$\underline{H2y}(x,y) := I \cdot (x - X2) \cdot \frac{1}{R2(x,y)^2} \quad \underline{Hy}(x,y) := H1y(x,y) + H2y(x,y)$$

$$n := 20 \quad \underline{m} := 12 \quad i := 0..n \quad \underline{j} := 0..m \quad x_i := i \quad y_j := j$$

$$\underline{H1}_{i,j} := Hx(x_i, y_j) \quad \underline{H2}_{i,j} := Hy(x_i, y_j)$$



$(H1, H2)$

ЗАДАЧА 68.
ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ И МАГНИТНОЕ ПОЛЕ ДВУХПРОВОДНОЙ ЛИНИИ
БЕЗ УЧЕТА ЗЕМЛИ

1. Исходные данные

$$U := 200 \quad I := 100 \quad X1 := 4.5 \quad Y1 := 5.5 \quad X2 := 14.5 \quad Y2 := 5.5$$

$$\underline{R} := 0.01 \quad Xn := 7.5 \quad \underline{Yn} := 7.5 \quad j := \sqrt{-1}$$

2. Расчет зарядов проводов

$$d := \sqrt{(X1 - X2)^2 + (Y1 - Y2)^2} = 10 \quad T1 := \frac{U}{\ln\left(\frac{d}{R}\right)} = 28.953$$

$$T2 := -T1 = -28.953$$

3. Расчет вектора $\underline{E}_n$ в заданной точке n

$$R1 := \sqrt{(X1 - Xn)^2 + (Y1 - Yn)^2} = 3.606$$

$$R2 := \sqrt{(X2 - Xn)^2 + (Y2 - Yn)^2} = 7.28$$

$$Ex := T1 \cdot (Xn - X1) \cdot \frac{1}{R1^2} + T2 \cdot (Xn - X2) \cdot \frac{1}{R2^2} = 10.505$$

$$Ey := T1 \cdot (Yn - Y1) \cdot \frac{1}{R1^2} + T2 \cdot (Yn - Y2) \cdot \frac{1}{R2^2} = 3.362$$

$$\underline{En} := Ex + j \cdot Ey \quad |\underline{En}| = 11.03 \quad \arg(\underline{En}) = 17.745 \cdot \text{deg}$$

3. Расчет вектора $\underline{H}_n$ в заданной точке n

$$H1x := I \cdot (Yn - Y1) \cdot \frac{1}{R1^2} = 15.385 \quad H2x := -I \cdot (Yn - Y2) \cdot \frac{1}{R2^2} = -3.774$$

$$H1y := -I \cdot (Xn - X1) \cdot \frac{1}{R1^2} = -23.077 \quad H2y := I \cdot (Xn - X2) \cdot \frac{1}{R2^2} = -13.208$$

$$Hx := H1x + H2x = 11.611 \quad Hy := H1y + H2y = -36.284$$

$$\underline{Hn} := Hx + j \cdot Hy \quad |\underline{Hn}| = 38.097 \quad \arg(\underline{Hn}) = -72.255 \cdot \text{deg}$$

4. Расчет потенциала V_n в заданной точке n

$$V_n := T1 \cdot \ln\left(\frac{1}{R1}\right) + T2 \cdot \ln\left(\frac{1}{R2}\right) = 20.344$$

5. Графическая диаграмма электрического поля

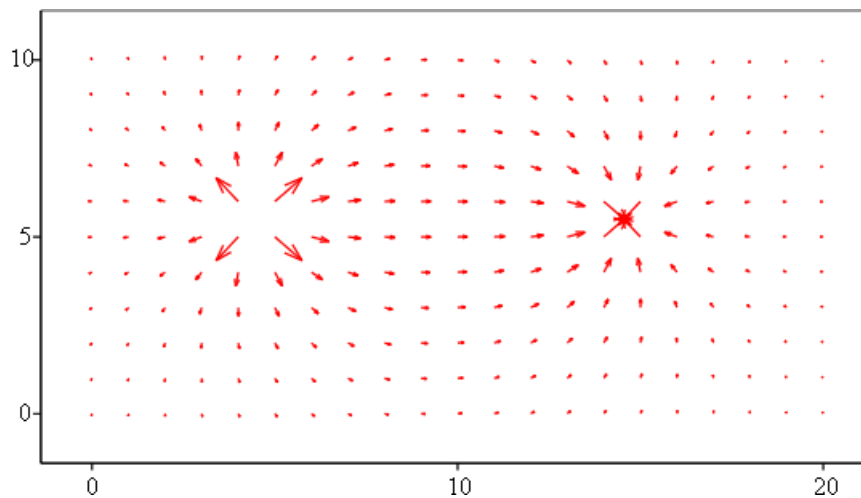
$$R1(x, y) := \sqrt{(X1 - x)^2 + (Y1 - y)^2} \quad R2(x, y) := \sqrt{(X2 - x)^2 + (Y2 - y)^2}$$

$$Ex(x, y) := T1 \cdot (x - X1) \cdot \frac{1}{R1(x, y)^2} + T2 \cdot (x - X2) \cdot \frac{1}{R2(x, y)^2}$$

$$Ey(x, y) := T1 \cdot (y - Y1) \cdot \frac{1}{R1(x, y)^2} + T2 \cdot (y - Y2) \cdot \frac{1}{R2(x, y)^2}$$

$$n := 20 \quad m := 10 \quad i := 0..n \quad j := 0..m \quad x_i := i \quad y_j := j$$

$$E1_{i,j} := Ex(x_i, y_j) \quad E2_{i,j} := Ey(x_i, y_j)$$



$(E1, E2)$

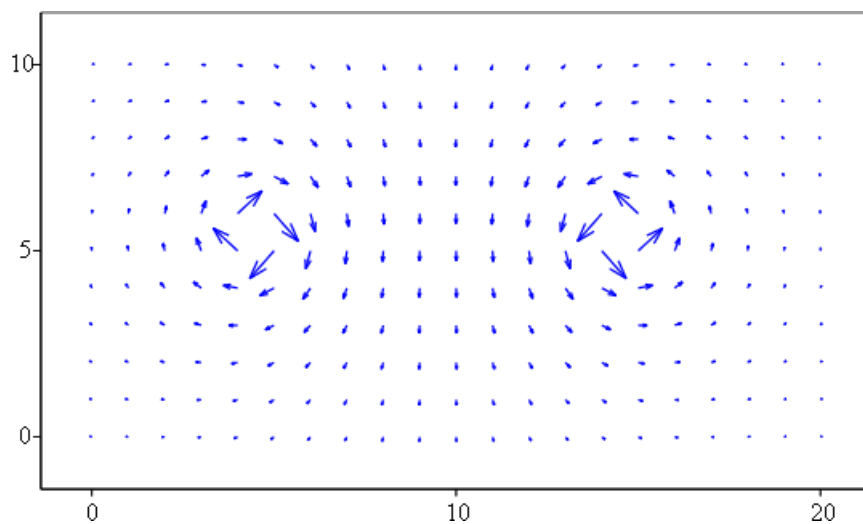
6. Графическая диаграмма магнитного поля

$$\underline{H1x}(x,y) := I \cdot (y - Y1) \cdot \frac{1}{R1(x,y)^2} \quad \underline{H2x}(x,y) := -I \cdot (y - Y2) \cdot \frac{1}{R2(x,y)^2}$$

$$\underline{Hx}(x,y) := \underline{H1x}(x,y) + \underline{H2x}(x,y) \quad \underline{H1y}(x,y) := -I \cdot (x - X1) \cdot \frac{1}{R1(x,y)^2}$$

$$\underline{H2y}(x,y) := I \cdot (x - X2) \cdot \frac{1}{R2(x,y)^2} \quad \underline{Hy}(x,y) := \underline{H1y}(x,y) + \underline{H2y}(x,y)$$

$$\underline{H1}_{i,j} := Hx(x_i, y_j) \quad \underline{H2}_{i,j} := Hy(x_i, y_j)$$



$(H1, H2)$

ЗАДАЧА 69. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ ТРЕХФАЗНОЙ ЛИНИИ

1. Исходные данные

$$\begin{aligned} \underline{Im} &:= 100 \quad \alpha := 30 \quad \omega t := (10FRAME + \alpha) \cdot deg \quad j := \sqrt{-1} \\ Ia &:= Im \cdot \sin(\omega t) \quad Ib := Im \cdot \sin(\omega t - 120deg) \quad Ic := Im \cdot \sin(\omega t + 120deg) \\ Xa &:= 4.5 \quad Ya := 2.5 \quad Xb := 10.5 \quad Yb := 9.5 \quad Xc := 16.5 \quad Yc := 2.5 \\ \underline{R} &:= 0.02 \quad Xn := 17 \quad \underline{Yn} := 6 \quad Ia = 50 \quad Ib = -100 \quad Ic = 50 \end{aligned}$$

2. Расчет вектора $\underline{H}_n$ в заданной точке n

$$\begin{aligned} Ra &:= \sqrt{(Xa - Xn)^2 + (Yb - Yn)^2} = 12.981 \\ Rb &:= \sqrt{(Xb - Xn)^2 + (Yb - Yn)^2} = 7.382 \\ Rc &:= \sqrt{(Xc - Xn)^2 + (Yc - Yn)^2} = 3.536 \\ Hxa &:= Ia \cdot (Yn - Ya) \cdot \frac{1}{Ra^2} = 1.039 \quad Hxb := Ib \cdot (Yn - Yb) \cdot \frac{1}{Rb^2} = 6.422 \\ Hxc &:= Ic \cdot (Yn - Yc) \cdot \frac{1}{Rc^2} = 14 \quad Hya := -Ia \cdot (Xn - Xa) \cdot \frac{1}{Ra^2} = -3.709 \\ Hyb &:= -Ib \cdot (Xn - Xb) \cdot \frac{1}{Rb^2} = 11.927 \quad Hyc := -Ic \cdot (Xn - Xc) \cdot \frac{1}{Rc^2} = -2 \\ Hx &:= Hxa + Hxb + Hxc = 21.461 \quad Hy := Hya + Hyb + Hyc = 6.217 \\ Hn &:= Hx + j \cdot Hy \quad |Hn| = 22.343 \quad arg(Hn) = 16.157 \cdot deg \end{aligned}$$

4. Графическая диаграмма поля

$$\begin{aligned} \underline{Ra}(x, y) &:= \sqrt{(Xa - x)^2 + (Ya - y)^2} \quad \underline{Rb}(x, y) := \sqrt{(Xb - x)^2 + (Yb - y)^2} \\ \underline{Rc}(x, y) &:= \sqrt{(Xc - x)^2 + (Yc - y)^2} \quad \underline{Hxa}(x, y) := Ia \cdot (y - Ya) \cdot \frac{1}{Ra(x, y)^2} \\ \underline{Hxb}(x, y) &:= Ib \cdot (y - Yb) \cdot \frac{1}{Rb(x, y)^2} \quad \underline{Hxc}(x, y) := Ic \cdot (y - Yc) \cdot \frac{1}{Rc(x, y)^2} \end{aligned}$$

$$\underline{Hx}(x,y) := Hxa(x,y) + Hxb(x,y) + Hxc(x,y)$$

$$\underline{Hya}(x,y) := -Ia \cdot (x - Xa) \cdot \frac{1}{Ra(x,y)^2}$$

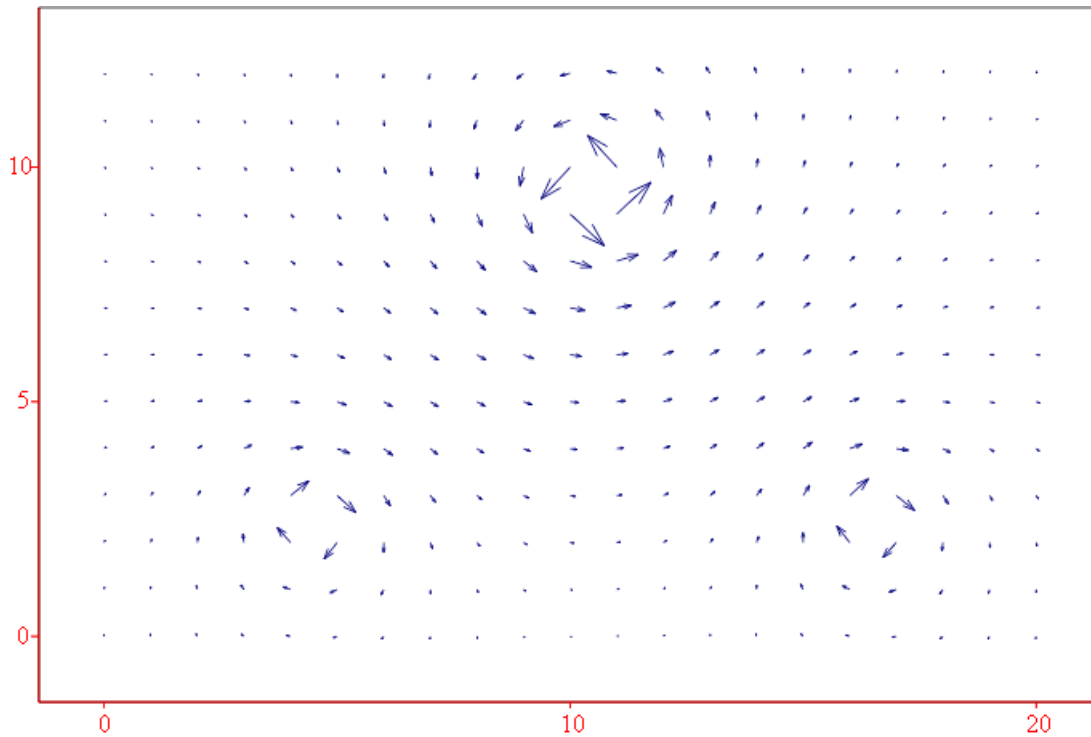
$$\underline{Hyb}(x,y) := -Ib \cdot (x - Xb) \cdot \frac{1}{Rb(x,y)^2}$$

$$\underline{Hyc}(x,y) := -Ic \cdot (x - Xc) \cdot \frac{1}{Rc(x,y)^2}$$

$$\underline{Hy}(x,y) := Hya(x,y) + Hyb(x,y) + Hyc(x,y)$$

$$n := 20 \quad \underline{m} := 12 \quad i := 0..n \quad \underline{j} := 0..m \quad x_i := i \quad y_j := j$$

$$\underline{H1}_{i,j} := Hx(x_i, y_j) \quad \underline{H2}_{i,j} := Hy(x_i, y_j)$$



$(H1, H2)$

ЗАДАЧА 70. КРУГОВОЕ ВРАЩАЮЩЕЕСЯ МАГНИТНОЕ ПОЛЕ

1. Исходные данные

$$\begin{aligned}
 \underline{Im} &:= 100 & \alpha &:= 30 & \omega t &:= (10FRAME + \alpha) \cdot deg & j &:= \sqrt{-1} \\
 Ia &:= Im \cdot \sin(\omega t) & Ib &:= Im \cdot \sin(\omega t - 120deg) & Ic &:= Im \cdot \sin(\omega t + 120deg) \\
 Iaz &:= -Im \cdot \sin(\omega t) & Ibz &:= -Im \cdot \sin(\omega t - 120deg) & Icz &:= -Im \cdot \sin(\omega t + 120deg) \\
 Xa &:= 4.5 & Ya &:= 8.5 & Xc &:= 12.5 & Yc &:= 14.5 & Xb &:= 12.5 & Yb &:= 2.5 \\
 Xaz &:= 14.5 & Yaz &:= 8.5 & Xcz &:= 6.5 & Ycz &:= 2.5 & Xbz &:= 6.5 & Ybz &:= 14.5 \\
 \underline{R} &:= 0.02 & Xn &:= 17 & \underline{Yn} &:= 6 & Ia &= 50 & Ib &= -100 & Ic &= 50
 \end{aligned}$$

2. Расчет вектора H_n в заданной точке n

$$\begin{aligned}
 Ra &:= \sqrt{(Xa - Xn)^2 + (Ya - Yn)^2} = 12.981 \\
 Rb &:= \sqrt{(Xb - Xn)^2 + (Yb - Yn)^2} = 5.701 \\
 Rc &:= \sqrt{(Xc - Xn)^2 + (Yc - Yn)^2} = 9.618 \\
 Raz &:= \sqrt{(Xaz - Xn)^2 + (Ybz - Yn)^2} = 8.86 \\
 Rbz &:= \sqrt{(Xbz - Xn)^2 + (Ybz - Yn)^2} = 13.509 \\
 Rcz &:= \sqrt{(Xcz - Xn)^2 + (Ycz - Yn)^2} = 11.068 \\
 Hxa &:= Ia \cdot (Yn - Ya) \cdot \frac{1}{Ra^2} = -0.742 & Hxb &:= Ib \cdot (Yn - Yb) \cdot \frac{1}{Rb^2} = -10.769 \\
 Hxc &:= Ic \cdot (Yn - Yc) \cdot \frac{1}{Rc^2} = -4.595 & Hxaz &:= Iaz \cdot (Yn - Yaz) \cdot \frac{1}{Raz^2} = 1.592 \\
 Hxbz &:= Ibz \cdot (Yn - Ybz) \cdot \frac{1}{Rbz^2} = -4.658 & Hxcz &:= Icz \cdot (Yn - Ycz) \cdot \frac{1}{Rcz^2} = -1.429 \\
 Hy a &:= -Ia \cdot (Xn - Xa) \cdot \frac{1}{Ra^2} = -3.709 & Hyb &:= -Ib \cdot (Xn - Xb) \cdot \frac{1}{Rb^2} = 13.846
 \end{aligned}$$

$$H_{yc} := -I_c \cdot (X_n - X_c) \cdot \frac{1}{R_c^2} = -2.432 \quad H_{yaz} := -I_{az} \cdot (X_n - X_{az}) \cdot \frac{1}{R_{az}^2} = 1.592$$

$$H_{ybz} := -I_{bz} \cdot (X_n - X_{bz}) \cdot \frac{1}{R_{bz}^2} = -5.753$$

$$H_{ycz} := -I_{cz} \cdot (X_n - X_{cz}) \cdot \frac{1}{R_{cz}^2} = 4.286$$

$$H_x := H_{xa} + H_{xb} + H_{xc} + (H_{xaz} + H_{xbz} + H_{xcz}) = -20.599$$

$$H_y := H_{ya} + H_{yb} + H_{yc} + H_{yaz} + H_{ybz} + H_{ycz} = 7.829$$

$$H_n := H_x + j \cdot H_y \quad |H_n| = 22.037 \quad \arg(H_n) = 159.19 \cdot \text{deg}$$

3. Графическая диаграмма поля

$$\underline{Ra}(x, y) := \sqrt{(X_a - x)^2 + (Y_a - y)^2} \quad \underline{Rb}(x, y) := \sqrt{(X_b - x)^2 + (Y_b - y)^2}$$

$$\underline{Rc}(x, y) := \sqrt{(X_c - x)^2 + (Y_c - y)^2} \quad \underline{Raz}(x, y) := \sqrt{(X_{az} - x)^2 + (Y_{az} - y)^2}$$

$$\underline{Rbz}(x, y) := \sqrt{(X_{bz} - x)^2 + (Y_{bz} - y)^2} \quad \underline{Rcz}(x, y) := \sqrt{(X_{cz} - x)^2 + (Y_{cz} - y)^2}$$

$$\underline{Hxa}(x, y) := I_a \cdot (y - Y_a) \cdot \frac{1}{Ra(x, y)^2} \quad \underline{Hxb}(x, y) := I_b \cdot (y - Y_b) \cdot \frac{1}{Rb(x, y)^2}$$

$$\underline{Hxaz}(x, y) := I_{az} \cdot (y - Y_{az}) \cdot \frac{1}{Raz(x, y)^2} \quad \underline{Hxbz}(x, y) := I_{bz} \cdot (y - Y_{bz}) \cdot \frac{1}{Rbz(x, y)^2}$$

$$\underline{Hxc}(x, y) := I_c \cdot (y - Y_c) \cdot \frac{1}{Rc(x, y)^2} \quad \underline{Hxcz}(x, y) := I_{cz} \cdot (y - Y_{cz}) \cdot \frac{1}{Rcz(x, y)^2}$$

$$\underline{Hx}(x, y) := H_{xa}(x, y) + H_{xb}(x, y) + H_{xc}(x, y) + H_{xaz}(x, y) + H_{xbz}(x, y) + H_{xcz}(x, y)$$

$$\underline{Hya}(x, y) := -I_a \cdot (x - X_a) \cdot \frac{1}{Ra(x, y)^2} \quad \underline{Hyb}(x, y) := -I_b \cdot (x - X_b) \cdot \frac{1}{Rb(x, y)^2}$$

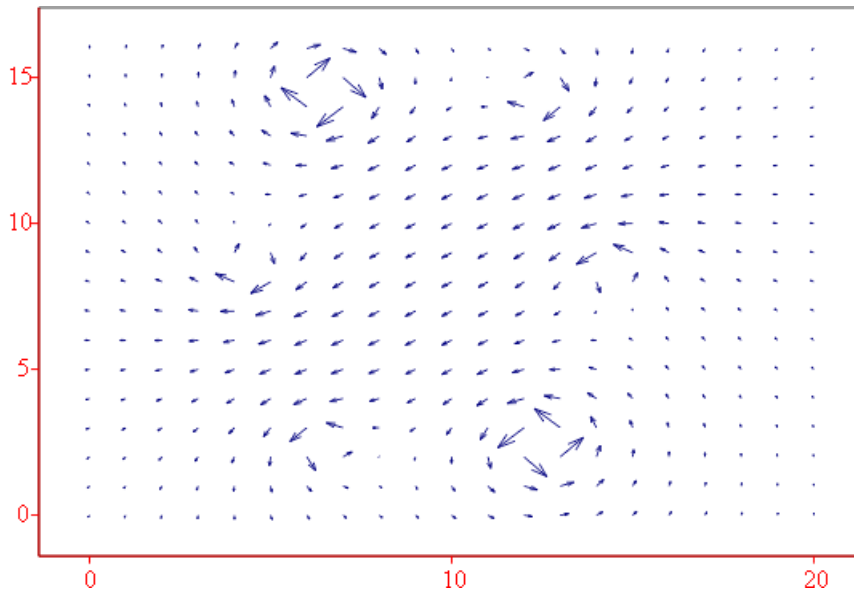
$$\underline{Hyaz}(x,y) := -Iaz \cdot (x - Xaz) \cdot \frac{1}{Raz(x,y)^2} \quad \underline{Hybz}(x,y) := -Ibz \cdot (x - Xbz) \cdot \frac{1}{Rbz(x,y)^2}$$

$$\underline{Hyc}(x,y) := -Ic \cdot (x - Xc) \cdot \frac{1}{Rc(x,y)^2} \quad \underline{Hycz}(x,y) := -Icz \cdot (x - Xcz) \cdot \frac{1}{Rcz(x,y)^2}$$

$$\underline{Hy}(x,y) := Hya(x,y) + Hyb(x,y) + Hyc(x,y) + Hyaz(x,y) + Hybz(x,y) + Hycz(x,y)$$

$$n := 20 \quad \underline{m} := 16 \quad i := 0..n \quad \underline{j} := 0..m \quad x_i := i \quad y_j := j$$

$$\underline{H1}_{i,j} := Hx(x_i, y_j) \quad \underline{H2}_{i,j} := Hy(x_i, y_j)$$



$(H1, H2)$